

1. Liðið:

a) $(3 - y)^2$

$$(3 - y)^2 = 9 - 6y + y^2$$

b) $(3x - 2y)^2$

$$(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

2. Þáttið:

$$a + ab - b - 1 = a - 1 + ab - b = (a - 1) + b(a - 1)$$

$$((a - 1) + b(a - 1)) = (a - 1)(1 + b)$$

Ágiskunar aðferð:

1. skref:

$x^2 - 5/6x + 1/6 = () ()$ "Við byrjum á því að setja upp svigana."

2. skref:

$x^2 - 5/6x + 1/6 = (x)(x)$ "Skiptum x^2 í svigana."

3. skref:

$x^2 - 5/6x + 1/6 = (x -)(x -)$ a) "Formerkið á síðasta

tölulið ræður því hvaða

formerki koma í sviganum"

b) "Formerkið í fyrri svigonum

segir til hvort það sé

mínus eða plús."

4. skref:

$x^2 - 5/6x + 1/6 = (x - 1/2)(x - 1/3)$ "Í svigana koma tölur

þannig að margfeldi

þeirra er síðasta talan

margfeldi $(-1/2)*(-1/3)$ og summa þeirra fjöldinn á x."

Summa $-1/2 - 1/3 = -3/6 - 2/6 = -5/6$

Prófum svarið:

$$(x - 1/2)(x - 1/3) = x*x - (1/2)*x - (1/3)*x + (-1/2)*(-1/3) =$$

$$x^2 - 5/6x + 1/6$$

Einnig getum við notað reglu 1.8 bls. 19.

$$A = 1$$

$$B = -5/6 \quad D = B^2 - 4AC = (-5/6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1/6) = 25/36 - 2/3 =$$

$$C = 1/6$$

$$D = \frac{25 - 24}{36} = -\frac{1}{36}$$

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5/6) + \sqrt{1/36}}{2 \cdot 1} = \frac{5/6 + 1/6}{2} = \frac{6/6}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5/6) - \sqrt{1/36}}{2 \cdot 1} = \frac{5/6 - 1/6}{2} = \frac{4/6}{2} = \frac{1}{3}$$

$$x^2 - 5/6x + 1/6 = (x - 1/2)(x - 1/3)$$

3. Gefnar eru margliðurmar: $P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 20x + 6$

og $D(x) = x - 3$

a) Tilgreinið stig og stuðla margl. $P(x)$:

Margliðan er af 4. stigi og stuðlamir eru: 2, -4, 0, -20, 6

b) Finnið kvóta og afgang þegar $D(x)$ er deilt í $P(x)$

$$(2x^4 - 4x^3 - 20x + 6) : (x - 3)$$

$$\underline{2x^3 + 2x^2 + 6x - 2} \quad \text{"Kvóti"}$$

$$x - 3 \mid 2x^4 - 4x^3 + 0x^2 - 20x + 6$$

$$\underline{-(2x^4 - 6x^3)} \quad \text{-----}$$

$$2x^3 - 0x^2$$

$$\underline{-(2x^3 - 6x^2)} \quad \text{-----}$$

$$6x^2 - 20x$$

$$\underline{-(6x^2 - 18x)} \quad \text{-----}$$

$$-2x + 6$$

$$\underline{-(-2x + 6)} \quad \text{-----}$$

$$0$$

*Deilingu lokið. Útkoman gekk upp, og því er afgangur 0. Kvótinn, $Q(x)$ er $2x^3 + 2x^2 + 6x - 2$

4. Finnið nollstöð eftirfarandi margliðu og þáttið hana:

$$P(x) = 4x^2 - 5x - 6$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$A = 4$$

$$B = -5 \quad D = B^2 - 4 \cdot A \cdot C = (-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 25 + 96 = 121$$

$$C = -6 \quad D = 121$$

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = \frac{5 + 11}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = \frac{5 - 11}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 4(x - 2)(x + \frac{3}{4})$$

5. Leysið jöfnumar:

a) $\frac{1}{x} + 2x - 3 = 0$

$$\frac{1}{x} + 2x - 3 = 0 \implies \frac{1}{x} + \frac{2x^2}{x} - \frac{3x}{x} = 0$$

$$1 + 2x^2 - 3x$$

----- = 0 einnig hægt að taka $\frac{1}{x}$ út fyrir sviga gefur x sömu niðurstöðu.

Vinstrihlíðin verður aðeins = 0 ef teljarinn er = 0, því:

$$1 + 2x^2 - 3x = 0 \text{ eða}$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$A = 2$$

$$B = -3 \quad D = B^2 - 4 \cdot A \cdot C = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$$

$$C = 1 \quad D = 1$$

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$1/x + 2x - 3 = 0 \text{ ef } x = 1 \text{ eða } 0,5$$

og þetta var líka hægt að giska á með því að setja inn í.

$$b) |x - 4| = 5$$

$$|x - 4| = 5$$

a) Setjum upp tvær jöfnur

$$|x - 4| = 5$$

Jafna I: Jafna II:

$$x - 4 = 5 \quad x - 4 = -5$$

$$x = 5 + 4 \quad x = -5 + 4$$

$$x = 9 \quad x = -1$$

b) D-regla

$$|x - 4| = 5$$

$$(x - 4)^2 = 5^2 \text{ *Báðar hliðar í 2. veldi.}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 25 \text{ *Svigamir þáttaðir.}$$

$$x^2 - 8x + 16 - 25 = 0 \text{ *Öllum stærðum safnað til vinstri.}$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0 \text{ *2. stigs jafna tilbúin til lausnar.}$$

1) Skrifum hjá okkur stuðlana A, B og C.

$$A = 1$$

$$B = -8$$

$$C = -9$$

2) Reiknum út D:

$$D = B^2 - 4AC = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 64 - 36 = 100$$

Sem sagt D = 100 (stærri en 0) og þá eru lausnir tvær.

3) Lausnir jöfnunnar fundnar:

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-8) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x^2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{-(-8) - \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)} = \frac{8 - 10}{2} = -1$$

Í báðum tilfellum er $|x - 4| = 5$ ef $x = 9$ eða $x = -1$

6. Einfaldið:

$$a) \frac{x^2 - 9}{2(3 - x)}$$

$$\frac{x^2 - 9}{2(3 - x)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(-2)(x - 3)} = -\frac{1}{2}(x + 3)$$

$$b) \frac{x^2 - 16}{4x + 5} : \frac{(x + 4)^2}{16x^2 - 25}$$

$$\frac{x^2 - 16}{4x + 5} : \frac{(x + 4)^2}{16x^2 - 25} = \frac{x^2 - 16}{4x + 5} * \frac{16x^2 - 25}{(x + 4)^2}$$

$$\frac{(x - 4)(x + 4)(4x - 5)(4x + 5)}{(4x + 5)(x + 4)^2} = \frac{(x - 4)(4x - 5)}{(x + 4)}$$

7. Gefinn er fleygboginn: $y = -x^2 + 2x + 5$
og línan: $y = 2x - 4$

a) Finndu topppunkt fleygbogans og samhverfuás hans.

Toppunktinn má reikna út frá eftirfarandi jöfnum:

$$x\text{-hnit} = \frac{-B}{2A}, x\text{-hnit} = \frac{-2}{2(-1)} = 1$$

$$D = B^2 - 4AC = 2^2 - 4(-1)5 = 24$$

$$y\text{-hnit} = \frac{-D}{4A}$$

$$y\text{-hnit} = \frac{-24}{4 \cdot (-1)} = 6$$

Toppunktur (1,6)

Svar:

$$\text{Samhverfuásinn } x = \frac{-B}{2A} = \frac{-(2)}{2 \cdot (-1)} = 1 \text{ eða } x\text{-hnitið í topppunktinum.}$$

b) Reiknaðu út skurðpunkta fleygbogans og línunnar við ása hnitakerfisins.

$$y = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ og } x = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 - 4 = -4$$

Því er skurðpunktur línu og x-ás í $x = 2$ og

skurðpunktur við y-ás í $y = -4$

$$y = -x^2 + 2x + 5 = 0 \text{ þá:}$$

$$A = -1$$

$$B = 2 \quad D = B^2 - 4 \cdot A \cdot C = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 5 = 4 + 20 = 24$$

$$C = 5$$

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-2 + \sqrt{24}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 + \sqrt{4 \cdot 6}}{-2} =$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{6}}{-2} = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} = \frac{-2 - \sqrt{24}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 - \sqrt{4 \cdot 6}}{-2} =$$

$$x_2 = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{6}}{-2} = 1 + \sqrt{6}$$

Skurðpunktar við x ás: $x = 1 - \sqrt{6}$ og $x = 1 + \sqrt{6}$

Skurðpunktur við y-ás:

$$x = 0: y = -0^2 + 2 \cdot 0 + 5 = 5 \text{ Hnit } (0,5)$$

c) Reiknaðu út skurðpunkta fleygbogans og línunnar.

$$-x^2 + 2x + 5 = 2x - 4$$

$$-x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$x_1 = 3$ eða $x_2 = -3$ eru skurðarpunktar línu og fleygbogans.

$$y_1 = 2 \cdot 3 - 4 = 2 \text{ og } y_2 = 2 \cdot (-3) - 4 = -10$$

Skurðarhnitin því $(3, 2)$ og $(-3, -10)$.

8. Einfaldaðu og reiknaðu með veldareglum:

$$a) (3a)^2 \cdot 2 \cdot a^{-3} : (6a^{-3})^2 : (12 \cdot a^3)^{-1}$$

$$(3a)^2 \cdot 2 \cdot a^{-3} : (6a^{-3})^2 : (12 \cdot a^3)^{-1} =$$

$$3^2 \cdot a^2 \cdot 2 \cdot a^{-3} : (3^2 \cdot 2^2 \cdot a^{-6}) \cdot (2^2 \cdot 3^1 \cdot a^3) =$$

$$3^2 \cdot 2^1 \cdot a^{(2-3)} \cdot 3^{(-2)} \cdot 2^{(-2)} \cdot a^{(6-2+3-1)} =$$

$$3^{(2-2+1)} \cdot 2^{(1-2+2)} \cdot a^{(2-3+6-3)} = 3^1 \cdot 2^1 \cdot a^2 = 6a^2$$

$$10b^2 : (5a)^2 \cdot 4b^{-2} \cdot 5b^6$$

$$b) \frac{10b^2 : (5a)^2 \cdot 4b^{-2} \cdot 5b^6}{2a^{-1} \cdot (2b)^3 : (a^2 \cdot b^{-3})}$$

$$2a^{-1} \cdot (2b)^3 : (a^2 \cdot b^{-3})$$

$$10b^2 : (5a)^2 \cdot 4b^{-2} \cdot 5b^6$$

$$\frac{10b^2 : (5a)^2 \cdot 4b^{-2} \cdot 5b^6}{2a^{-1} \cdot (2b)^3 : (a^2 \cdot b^{-3})} =$$

$$2a^{-1} \cdot (2b)^3 : (a^2 \cdot b^{-3})$$

$$5^2 \cdot b^2 \cdot 5^{(-2)} \cdot a^{(-2)} \cdot 2^2 \cdot b^{(-2)} + 5 \cdot b^6$$

$$\frac{5^2 \cdot b^2 \cdot 5^{(-2)} \cdot a^{(-2)} \cdot 2^2 \cdot b^{(-2)} + 5 \cdot b^6}{2 \cdot a^{(-1)} \cdot 2^3 \cdot b^3 \cdot a^{(-2)} \cdot b^3} =$$

$$2 \cdot a^{(-1)} \cdot 2^3 \cdot b^3 \cdot a^{(-2)} \cdot b^3$$

$$5^{(1-2+1)} \cdot 2^{(1+2)} \cdot a^{(-2)} \cdot b^{(2-2+6)}$$

$$\frac{5^{(1-2+1)} \cdot 2^{(1+2)} \cdot a^{(-2)} \cdot b^{(2-2+6)}}{2^{(1+3)} \cdot a^{(-1-2)} \cdot b^{(3+3)}} =$$

$$2^{(1+3)} \cdot a^{(-1-2)} \cdot b^{(3+3)}$$

$$\frac{5^0 \cdot 2^3 \cdot a^{-2} b^6}{2^4 \cdot a^{-3} \cdot b^6} = \frac{a}{2}$$

9. Einfaldaðu og reiknaðu með rötareglum:

a) $3\sqrt[3]{a^2} : 4\sqrt[3]{a^3} \cdot 6\sqrt[3]{a^5} \cdot 4\sqrt[3]{a^5}$

$$3\sqrt[3]{a^2} : 4\sqrt[3]{a^3} \cdot 6\sqrt[3]{a^5} \cdot 4\sqrt[3]{a^5}$$

$$a^{(2/3)} \cdot a^{(-3/4)} \cdot a^{(5/6)} \cdot a^{(5/4)} = a^{((2/3)+(-3/4)+(5/6)+(5/4))}$$

$$a^{((8/12)+(-9/12)+(10/12)+(15/12))} = a^{((8-9+10+15)/12)} =$$

$$a^{(24/12)} = a^2$$

b) $3\sqrt[3]{40} \cdot 6\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{20}$

$$3\sqrt[3]{40} \cdot 6\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{20} = 3\sqrt[3]{8 \cdot 5} \cdot 6\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{4 \cdot 5}$$

$$2 \cdot 3\sqrt[3]{5} \cdot 6\sqrt[3]{5} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{5} = 4 \cdot 5^{((1/3)+(1/6)+(1/2))} =$$

$$4 \cdot 5^{((2+1+3)/6)} = 4 \cdot 5^{(6/6)} = 4 \cdot 5 = 20$$