

1. Breytið í liði:

a) $2(3x - 2y)^2$

Svar: $2(3x - 2y)^2 = 2((3x)^2 - 2(3x)(2y) + (2y)^2) = 2(9x^2 - 12xy + 4y^2) = 18x^2 - 24xy + 8y^2$

b) $a(a^2 - (b - 4)^2)$

Svar: $a(a^2 - (b - 4)^2) = a(a^2 - (b^2 - 2 \cdot b \cdot 4 + 16)) = a(a^2 - b^2 + 8b - 16) = a^3 - ab^2 + 8ab - 16a$

2. Fullpáttið:

a) $3x^2 - 24x + 48$

Svar: $3x^2 - 24x + 48 = 3(x^2 - 8x + 16)$

$$s \cdot r = 16$$

$$s + r = -8$$

$$s = r = -4$$

$$3(x - 4)^2$$

b) $a^2 - b^2 - 4a - 4b = (a^2 - b^2) - (4a + 4b)$ "Flokkað með sviga"

$$= (a - b)(a + b) - 4(a + b) = (a + b)(a - b - 4)$$

3. Styttið eins og unnt er:

a) $8x - 4x^2$

$$\frac{\quad}{x^2 + 10x - 24}$$

Svar:

$$\frac{8x - 4x^2}{x^2 + 10x - 24} = \frac{4x^* (2 - x)}{(x - 2)(x + 12)}$$

$$\frac{-4x(x - 2)}{(x - 2)(x + 12)} = \frac{-4x}{(x + 12)}$$

4. Einfaldið:

a)

$$\frac{x^2 - 9}{2x} : \frac{2x^2 - 3x - 9}{8x^2 + 12x}$$

Svar:

$$\frac{x^2 - 9}{2x} : \frac{2x^2 - 3x - 9}{8x^2 + 12x} = \frac{x^2 - 9}{2x} * \frac{8x^2 + 12x}{2x^2 - 3x - 9}$$

$$= \frac{(x - 3)(x + 3) 4x(2x + 3)}{2x * (2x^2 - 3x - 9)}$$

$2x^2 - 3x - 9$ leyst sérstaklega:

$$A = 2$$

$$B = -3$$

$$C = -9$$

$$D = B^2 - 4AC = (-3)^2 - 4 * 2 * (-9) = 9 + 72 = 81$$

Sem sagt $D = 72$ og þá eru lausnirnar tvær.

3) Lausnir jöfnunnar fundnar:

$$x_1 = \frac{-B + \text{kva}(D)}{2A} = \frac{-(-3) + \text{kva}(81)}{2 * 2} = \frac{3 + 9}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-B - \text{kva}(D)}{2A} = \frac{-(-3) - \text{kva}(81)}{2 * 2} = \frac{3 - 9}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2} = -1,5$$

Því er hægt að þátta $2x^2 - 3x - 9$ með $(x - 3)$ og $(x + 1,5)$

$$(x - 3)(x + 1,5) = x^2 + 1,5x - 3x - 4,5 = x^2 - 1,5x - 4,5$$

sama og fæst ef $2x^2 - 3x - 9$ er deilt með 2, því er: $2x^2 - 3x - 9 = 2(x - 3)(x + 1,5)$
og áfram með dæmið:

$$\frac{(x-3)(x+3) \cdot 4x(2x+3)}{2x^2(x-3)} = \frac{(x+3)(2x+3)}{(x+1,5)(x+1,5)}$$

og $(2x+3)^2(x+1,5)$ því:

$$\frac{(x+3)(2x+3)(x+3)^2(x+1,5)}{(x+1,5)(x+1,5)} = 2(x+3)$$

Auðvitað var hægt fara aðrar leiðir.

Tildæmis að deila með margliðudeilingu áður en farið var að þátta $2x^2 - 3x - 9$, til dæmis með $(x-3)$.

$$\text{b) } \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20}$$

$$\frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20} = \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)}$$

$$\frac{(x+5)}{(x+3)(x+4)(x+5)} + \frac{(x+3)}{(x+4)(x+5)(x+3)}$$

$$\frac{(x+5) + (x+3)}{(x+3)(x+4)(x+5)} = \frac{2x+8}{(x+3)(x+4)(x+5)}$$

$$\frac{2(x+4)}{(x+3)(x+4)(x+5)} = \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$

$$\text{c) } \frac{x}{x^2 - 36} - \frac{x-3}{x^2 - 6x}$$

Svar:

$$\frac{x}{x^2 - 36} - \frac{x-3}{x^2 - 6x} = \frac{x}{(x-6)(x+6)} - \frac{x-3}{x(x-6)}$$

$$\frac{x^2}{(x-6)(x+6)x} - \frac{(x-3)(x+6)}{(x-6)(x+6)x} = \frac{x^2 - (x-3)(x+6)}{x(x-6)(x+6)}$$

$$\frac{x^2 - (x^2 + 3x - 18)}{(x-6)(x+6)x} = \frac{-3x + 18}{x(x-6)(x+6)}$$

$$\frac{-3(x-6)}{(x-6)(x+6)x} = \frac{-3}{x(x+6)}$$

5. Gefnar eru margliðurnar $P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 20x + 6$ og $D(x) = x - 3$.

a) Hvert er stig margliðanna $P(x)$ og $D(x)$?

Svar: $P(x)$ er 4 stig margliða og $D(x)$ er 1 stigs margliða.

b) Hverjir eru stuðlar margliðanna $P(x)$ og $D(x)$?

Svar: Stuðlar $P(x)$ eru 2, -4, 0, -20 og 6. Stuðlar $D(x)$ eru 1 og -3.

c) Deilið $D(x)$ í margliðuna $P(x)$.

Svar:

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 2x^2 + 6x - 2 \\ \hline x - 3 \overline{) 2x^4 - 4x^3 + 0x^2 - 20x + 6} \\ \underline{-2x^4 + 6x^3} \\ 2x^3 + 0x^2 - 20x + 6 \\ \underline{-2x^3 + 6x^2} \\ 6x^2 - 20x + 6 \\ \underline{-6x^2 + 18x} \\ -2x + 6 \\ \underline{2x - 3} \\ 0 \end{array}$$

6. Finnið nollstöðvar margliðunnar $4x^2 - 5x - 6$ ef unnt er og þáttið hana síðan.

Svar:

$$\begin{aligned} A &= 4 \\ B &= -5 \\ C &= -6 \end{aligned}$$

$$D = B^2 - 4AC = (-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 25 + 96 = 121$$

Sem sagt $D = 121$ og þá eru lausnirnar tvær.

3) Lausnir jöfnunnar fundnar:

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = \frac{5 + 11}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = \frac{5 - 11}{8} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4} = -0,75$$

Núllstöðvar því $x = 2$ eða $x = -0,75$

Því er hægt að þátta $2x^2 - 3x - 9$ með $(x - 2)$ og $(x + 0,75)$

$$(x - 2)(x + 0,75) = x^2 + 0,75x - 2x - 1,5 = x^2 - 1,25x - 1,5$$

sama og fæst ef $4x^2 - 5x - 6$ er deilt með 4, því er:

$$4x^2 - 5x - 6 = 4(x - 2)(x + 0,75)$$

7. Leysið þessar jöfnur:

$$\frac{x^2 + x}{x - 8} = -10$$

Svar:

$$\frac{x^2 + x}{x - 8} = -10$$

$$x^2 + x = -10(x - 8)$$

$$x^2 + x = -10x + 80$$

$$x^2 + 11x - 80 = 0$$

$$A = 1$$

$$B = 11$$

$$C = -80$$

$$D = B^2 - 4AC = (11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80) = 121 + 320 = 441$$

Sem sagt $D = 441$ og þá eru lausnirnar tvær.

3) Lausnir jöfnunnar fundnar:

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{-11 + \sqrt{441}}{2 \cdot 1} = \frac{-11 + 21}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} = \frac{-11 - \sqrt{441}}{2 \cdot 1} = \frac{-11 - 21}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

Lausnir eru því $x = 5$ eða $x = -16$

$$b) 3x^2 - 6x + 4 = 0$$

Svar:

$$3x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$A = 3$$

$$B = -6$$

$$C = 4$$

$$D = B^2 - 4AC = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (4) = 36 - 48 = -12$$

Sem sagt $D = -12$ og þá er engin lausn fyrir x , það er að jafnan verður ekki sönn fyrir hvaða rauntölu fyrir x sem er. Því er jafnan ósönn. $3x^2 - 6x + 4$ sker ekki x á sinn.

8. Fleygbogi

$$A = 1, B = -7 \text{ og } C = 4$$

$$a) \text{ Jafna samhverfuáss er } x = -B/2A = -(-7)/2 = 3,5$$

$$b) T = (3,5, -8,25)$$

$$\text{Til að finna } y \text{ hnitð er þ.e. } y(3,5) = 3,5^2 - 7 \cdot 3,5 + 4 = -8,25$$

c) Teikna feril- fleygboginn snýr eins og U í laginu.

d) Skurðpunktar eru $(7,4)$ og $(1,-2)$

Útreikningar

$$x^2 - 7x + 4 = x - 3$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x-7)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 7 \text{ og } x_2 = 1$$

Til að finna y hnit set ég inn í jöfnuna $y = x - 3$

$$\text{Fyrir } y \text{ hnit } y(7) = 7 - 3 = 4$$

$$\text{Seinna hnit } y(-2) = 1 - 3 = -2$$

9.

$$a) 2^{(2+2+1)} \cdot a^{(-2-1-3)} \cdot b^{(2+1)} = 32b^3 / a^6$$

$$b) = a^{1/2} \cdot a^{2/3} \cdot a^{5/6} = a^{12/6} = a^2$$

$$c) = \text{rot}_3(3 \cdot 8) - \text{rot}_3(3 \cdot 125) + \text{rot}_3(3) = 2\text{rot}_3(3) - 5\text{rot}_3(3) + \text{rot}_3(3) = -2\text{rot}_3(3)$$

9. Margliðan er alltaf í plús

+

----->