

Kennslubríf 3.

Kafli 7 Algebrubrot bls. 16 – 22.

Stytting brota.

Athugið að ávallt þarf að þátta teljara og nefnara brota áður en hægt er að stytta þau.

Dæmi: "Ágiskunarregla"

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} = \frac{(x - 4)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x - 4}{x - 1}$$

"Þeir svigar sem eru nákvæmlega eins styttast út"

Samlagning brota

Þegar algebrubrot (bókstafabrot) eru lögð saman eða mismunur þeirra reiknaður þá er það gert með sömu aðferðum og þegar talnabrot eru reiknuð. Skoðum eitt talnadæmi:

"Lengt með 3" "Lengt með 2" "Stytt ef það er hægt"

$$\frac{5}{6} + \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{15 + 10}{18} = \frac{25}{18}$$

2*3 3*3 !

"Minnsti

"Nefnarar samnefnari" Þáttaðir"

Reikningi með bókstafabrot má skipta í sjö skref.

1. Nefnarar þáttaðir ef mögulegt er.
2. Fundinn samnefnari.
3. Raðað upp á brotastrik. Hér má aldrei stytta.
4. Margfaldað upp úr svigum.
5. Einfaldað þ.e.dregnir saman skyldir liðir.
6. Teljari þáttaður ef hægt er.
7. Stytt.

Við skulum fara nokkuð ítarlega í gegnum eitt dæmi um brotareikninga:

$$\frac{x + 5}{x^2 + 4x + 3} - \frac{x + 1}{x^2 + 8x + 15}$$

"Förum í gegnum þetta dæmi lið fyrir lið sbr. reglur að ofan."

1. Nefnarar þáttaðir (ef mögulegt er).

$$\frac{x+5}{(x+1)(x+3)} - \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = \frac{x^2+4x+3}{(x+1)(x+3)} - \frac{x^2+8x+15}{(x+3)(x+5)}$$

“Ágiskunaraðferðin er notuð hér, en hafa þarf allar aðferðir við þáttun á takteinum.”

2. Fundinn samnefnari.

$$\frac{x+5}{(x+1)(x+3)} - \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = \frac{x^2+4x+3}{(x+1)(x+3)} - \frac{x^2+8x+15}{(x+3)(x+5)}$$

“Fyrsti nefnarinn kemur óbreyttur í samnefnarann.”

“Þegar við höfum sett fyrsta nefnarann í samnefnarann, skoðum við næsta nefnara og notum úr honum aðeins þær stærðir, sem ekki eru þegar komnar í samnefnarann”

$$\frac{x+5}{(x+1)(x+3)} - \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = \frac{x^2+4x+3}{(x+1)(x+3)(x+5)} - \frac{x^2+8x+15}{(x+3)(x+5)}$$

“Þessi þáttur er nú þegar kominn í samnefnarann, en það vantar (x+5).”

“Athugið að þættir samnefnarans eru ávallt margfaldaðir saman.”

3. Raðað upp á brotastrík (hér má aldrei stytta).

“Við deilum með nefnara fyrsta brotsins upp í samnefnarann og þá styttest fyrstu tveir svigarnir út en eftir er sviginn (x + 5). Með þessari stærð þurfum við að lengja fyrsta brotið (margfalda með (x + 5) í teljarann.”

$$\frac{(x+5)}{x+5} - \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = \frac{(x+5)^2}{(x+1)(x+3)(x+5)} - \frac{x^2+8x+15}{(x+3)(x+5)}$$

“Formerkið milli brotanna færast upp á brotastríkið.”

“Þegar við höfum unnið með fyrsta brotið, snúum við okkur að því næsta og endurtökum allt þ.e.a.s. deilum með nefnara brotsins upp í samnefnarann. Þá

styttest síðustu svigarnir út, en eftir stendur (x + 1). Með þessum sviga lengjum við síðara brotið.”

“Formerkið á milli brota”

$$(x+1)$$

$$\frac{x + 5}{x^2 + 4x + 3} - \frac{x + 1}{x^2 + 8x + 15} = \frac{(x + 5)^2 - (x + 1)^2}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$$

"Athugið að þegar hér er komið sögu má ekki stytta."

4. Margfaldað upp úr svigum.

"Lítum nú á brotið hægra megin við jafnaðarmerkið og margföldum upp úr svigunum þar:"

"Athugið að það er mínusformerki fyrir framan síðari svigana og þar þarf fyrst að margfalda upp úr svigunum, en halda útkomunni inni í sviga."

"Sviginn felldur niður en formerkin í sviganum breytast.

(Margfaldað með -1 inn í svigann.)

$$\frac{(x + 5)^2 - (x + 1)^2}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)} = \frac{x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 2x + 1)}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$$

$$\frac{x^2 + 10x + 25 - x^2 - 2x - 1}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$$

5. Einfaldað (dregnir saman skyldir liðir).

"Þegar búið er að margfalda upp úr svigunum eru skyldir liðir dregnir saman, þ.e.a.s. talið hve x^2 eru mörg, hve x eru mörg og hve töluliðurinn er stór."

$$\frac{x^2 + 10x + 25 - x^2 - 2x - 1}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)} = \frac{8x + 24}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$$

6. Teljari þáttaður ef hægt er

"Nú er komið að næst síðasta atriðinu sem er að þátta nefnarann."

$$\frac{8x + 24}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)} = \frac{8(x + 3)}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)} \quad \text{"8 tekin út fyrir sviga"}$$

7. Stytt (loksins).

"Hér er rétt að rifja upp að það þarf að vera margföldun á milli þátta til þess að hægt sé að stytta. Þættirnir eru stytir út í heilu lagi; Svigi út á móti sviga."

$$\frac{8(x + 3)}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)} = \frac{8}{(x + 1)(x + 5)} \quad \text{"Brotið fullstytt"}$$

Niðurstaða:

$$\frac{x+5}{x^2+4x+3} - \frac{x+1}{x^2+8x+15} = \frac{8}{(x+1)(x+5)}$$

"Vonandi hefur þetta dæmi skýrt gang mála við útreikning á bókstafabrotum. Skoðið einnig sýnidæmin í bókinni."

Annað dæmi:

1 1 "Förum í gegnum þetta
---- - - dæmi lið fyrir lið
x + 3 x sbr. reglur að ofan."

1. Nefnarar þáttaðir (ef mögulegt er).

Í þessu dæmi er ekki hægt að þátta nefnarana og þess vegna getum við hlaupið yfir þennan lið.

2. Fundinn samnefnari.

$$\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{(x+3)x}$$

"Fyrsti nefnarinn kemur óbreyttur í samnefnarann."

"Þegar við höfum sett fyrsta nefnarann í samnefnarann, skoðum við næsta nefnara og notum úr honum aðeins þær stærðir, sem ekki eru þegar komnar í samnefnarann".

$$\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{(x+3)x}$$

"Næsti nefnari kemur óbreyttur, enda á hann ekkert sameiginlegt með hinum fyrr."

3. Raðað upp á brotastrik (hér má aldrei stytta).

"Við deilum með nefnara fyrsta brotsins upp í samnefnarann og þá hverfur sviginn $(x+3)$. Eftir stendur x og með því lengjum við fyrra brotið."

$$\frac{x}{x+3} - \frac{1}{x} = \frac{1x}{(x+3)x}$$

"Formerkið milli brotanna færir upp á brotastrikið."

"Þegar við höfum unnið með fyrsta brotið, snúum við okkur að því næsta og endurtökum allt þ.e.a.s. deilum með nefnara brotsins upp í

samnefningarann. Þá styttest x út, en eftir stendur $(x + 3)$. Með þessum sviga lengjum við síðara brotið."

"Formerkið á milli brota"

$$x(x + 3)$$

$$\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x} = \frac{1 \cdot x - 1(x + 3)}{(x + 3)x} = \frac{x - (x + 3)}{(x + 3)x}$$

"Athugið að þegar hér er komið sögu má aldrei stytta."

4. Margfaldað upp úr svigum.

"Athugið að það er mínusformerki fyrir framan síðari svigana og því þarf að margfalda með -1 inn í svigann."

$$\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x} = - \frac{x - x - 3}{(x + 3)x}$$

5. Einfaldað (dregnir saman skyldir liðir).

"Þegar búið er að margfalda upp úr svigunum eru skyldir liðir dregnir saman, þ.e.a.s. talið hve x^2 eru mörg, hve x eru mörg og hve töluliðurinn er stór."

$$\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x} = - \frac{x - x - 3}{(x + 3)x} = - \frac{-3}{(x + 3)x}$$

6. Teljari þáttaður ef hægt er.

"Ekki er hægt að þátta neitt uppi á striki og þess vegna má hlaupa yfir þennan lið."

7. Stytt .

"Hér er ekkert hægt að stytta uppi á striki og þess vegna má hlaupa yfir þennan lið."

Niðurstaða:

$$\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x} = - \frac{3}{(x + 3)x}$$