

Bókin um forritið

GeoGebra⁴

Judith and Markus Hohenwarter
www.geogebra.org



Kynning á GeoGebru

Síðast breytt: **5. Ágúst, 2012**

Skrifað fyrir 4.0

Bókin kennir grunnatriði í kvika stærðfræðiforritinu GeoGebru. Hægt er að nota hana bæði sem námsefni á námskeiðum og til sjálfsnáms.

Aðalhöfundar

Judith Hohenwarter, judith@geogebra.org

Markus Hohenwarter, markus@geogebra.org

Aðstoðar ritstjórn

Christina Biermair, christina.biermair@geogebra.org

Corinna Kröhn, corinna.kroehn@geogebra.org

Melanie Tomaschko, melanie.tomaschko@geogebra.org

Ásamt fjölmörgum áhugasömum meðlimum Geogebra.

Íslensk þýðing á Bókinni um GeoGebra (fyrir 3.2): ágúst 2010

Þýðendur

Freyja Hreinsdóttir

Guðrún Margrét Jónsdóttir

Nanna Guðrún Hjaltalín

Vilhjálmur Þór Sigurjónsson

Þýðing og aðlögun að GeoGebra 4.0: ágúst 2012

Gunnar Björn Björnsson.

Leifi/Höfundarréttur

Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike

see <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Þér er frjálst:

- **að deila** – að afrita, dreifa og breiða út verkið
- **að breyta** – að aðlaga verkið að þínum þörfum

Með eftirfarandi skilmálum:

- Þú þarft að geta upprunalegu höfundanna og krækja á www.geogebra.org (þó ekki á þann hátt að það gefi til kynna að þeir styðji þig eða þína notkun á verkinu).
- Þú mátt ekki nota þetta verk í ábataskyni.
- Ef þú breytir, umskapar, eða byggir á þessu verki, máttu einungis dreifa því með sama eða svipuðu leyfi.



Þakkir

Við þökkum öllum meðlimum stærðfræði- og vísindaáætlunar NSF „Standards Mapped Graduate Education and Mentoring“ við Florida Atlantic University og skólanefnd Broward sýslu. Sérstaklega þó stjórnendum verkefnisins, þeim Heinz-Otto Peitgen og Richard Voss, sem hvöttu okkur áfram. Einnig kennurum í Broward sýslu, þeim Guy Barmoha, Paul Beaulieu, James Duke Chinn, Ana Escuder, Edward M. Knoté, Athena Maherly, Barbara A. Perez, Lewis Prisco, Jeffrey Rosen og Megan Yanes, fyrir stuðning og samvinnu við gerð þessarar bókar.

Grunnur þessarar bókar er vinna sem studd var af National Science Foundation með styrk nr. EHR-04123412, NSF Math and Science Partnership „Standards Mapped Graduate Education and Mentoring“. Allar skoðanir, uppgötvanir, niðurstöður og ályktanir eða ráðleggingar sem fram koma í þessari bók eru á ábyrgð höfunda og endurspegla ekki endilega skoðanir National Science Foundation.

Íslensk þýðing var styrkt af Þróunarsjóði námsgagna, Vinnumálastofnun og Menntavísindasviði Háskóla Íslands.



Hvernig á að nota þessa bók

„Bókin um forritið GeoGebra“ fjallar um öll grundvallaratriði er varða notkun kvika stærðfræðiforritsins GeoGebru. Annars vegar nýtist þessi bók sem grunnur fyrir kynningarnámskeið undir stjórn kennara og hins vegar má nýta hana til sjálfsnáms.

Við lestur þessarar bókar lærið þið um notkun GeoGebru við nám og kennslu frá miðstigi grunnskóla upp í háskóla. Verkefnin kynna rúmfræðiverkfæri, innsetningu á algebrustæðum og föllum, skipanir og nokkra mismunandi eiginleika GeoGebru. Á þann hátt er farið yfir ýmis stærðfræðileg efni til að sýna fjölbreytni forritsins og kynna leiðir til að nota GeoGebru í kennslu.

Að auki eru æfingar í þessari kynningarbók. Þær hjálpa til við að æfa nýfengna kunnáttu og kanna notkun forritsins upp á eigin spýtur.

Allar myndsmíðar, sem og fylgiskrár (auka GeoGebruskrár, kvik vinnublöð, myndaskrár) eru aðgengilegar á vefsíðunni <http://www.geogebra.is>.

Við óskum ykkur góðrar skemmtunar með GeoGebru!
Judith & Markus



Efnisyfirlit

Hvernig á að nota þessa bók..... 4

Inngangur og uppsetning Samanburður teikninga og myndsmíða

8

| | | |
|----|--|----|
| 1. | Kynning og uppsetning á GeoGebru | 9 |
| 2. | Grunnatriði í notkun GeoGebru | 12 |
| 3. | Teikning eða myndsmíð með GeoGebru | 14 |
| 4. | Teikningar, myndsmíðar og dragpróf | 15 |
| 5. | Smíði rétthyrnings | 17 |
| 6. | Myndsmíðarspilari og verklýsing smíðar | 19 |
| 7. | Smíði jafnhliða þríhyrnings | 19 |
| 8. | Valmyndin Eiginleikar hlutar | 21 |
| 9. | Áskorun: Smíði jafnarma þríhyrnings | 22 |

Smíði rúmmynda & notkun á skipunum..... 23

| | | |
|----|--|----|
| 1. | Smíði fernings | 24 |
| 2. | Smíði reglulegs sexhyrnings | 25 |
| 3. | Smíði á umrituðum hring þríhyrnings | 26 |
| 4. | Sjónrænt: Setning Palesar | 27 |
| 5. | Smíði á snertli hrings..... | 29 |
| 6. | Stuðlar 2.stigs margliðu kannaðir | 32 |
| 7. | Rennistika notuð til að breyta stuðlum | 33 |
| 8. | Áskorun: Stuðlar margliðu | 35 |

Innsláttur algebru, föll & útflutningur mynda yfir á klemmuspjald

36

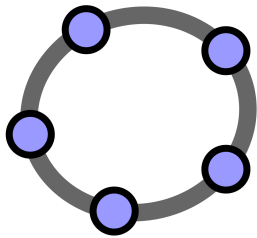
| | | |
|----|---|----|
| 1. | Stuðlar við jöfnu línu..... | 37 |
| 2. | Safn af föllum | 39 |
| 3. | Safn af föllum – Samliðun sínusbylgna | 40 |
| 4. | Afleiðan kynnt – Hallafallið | 41 |
| 5. | Könnun margliða | 42 |
| 6. | Að flytja út myndir yfir á klemmuspjald | 43 |
| 7. | Að afrita myndir yfir í ritvinnsluforrit..... | 45 |



| | | |
|---|---|----|
| 8. | Áskorun: Gerð námsefnis..... | 46 |
| Innsetning mynda á teikniborðið og ýmsar rúmfræðilegar varpanir. 47 | | |
| 1. | Að búa til “Falladómínó” | 48 |
| 2. | Minnisspil með flatarmyndum..... | 49 |
| 3. | Samhverfa skoðuð með GeoGebru..... | 51 |
| 4. | Stærðarbreyting, Speglnun og bjögun myndar..... | 53 |
| 5. | Snúningur marghyrnings | 57 |
| 6. | Áskorun: Flísalagning með reglulegum marghyrningum | 59 |
| Að setja inn fasta og kvika texta í teikniglugga GeoGebru. 62 | | |
| 1. | Hnit speglaðra punkta | 63 |
| 2. | Að setja inn texta á teikniborðið. | 63 |
| 3. | Myndræn lausn jöfnuhneppis | 65 |
| 4. | Hornasumma þríhyrnings | 67 |
| 5. | Hallaþríhyrningur búinn til..... | 68 |
| 6. | Kvikir textar sem innihalda brot hengdir við hluti | 70 |
| 7. | Mát 3 klukka | 71 |
| 8. | Áskorun: Myndræn framsetning á ferningsreglu | 73 |
| Smíði og endurbætur kvikra vinnublaða með GeoGebru..... 75 | | |
| 1. | Kynning: GeoGebraTube og spjallsvæði notenda..... | 76 |
| 2. | Undirsumma og yfirsumma | 78 |
| 3. | Að búa til kvik vinnublöð..... | 79 |
| 4. | Að flytja út kvik vinnublöð yfir á vefsíðu (fyrir vana notendur og lengra komna)..... | 80 |
| 5. | Myndræn framsetning á þríhyrnings ójöfnum..... | 84 |
| 6. | Ráðleggingar við hönnun á kvikum vinnublöðum..... | 86 |
| 7. | Að búa til “Tangram” þraut | 90 |
| 8. | Áskorun: Þróun í gerð ‘Tangram’ þrauta | 91 |
| Sérsniðin verkfæri og verkfærastika 92 | | |
| 1. | Regla Pýþagórasar..... | 93 |
| 2. | Að búa til sérsniðin verkfæri..... | 95 |



| | | |
|--|--|------------|
| 3. | Að vista og flytja inn sérsniðin verkfæri | 97 |
| 4. | Að búa til ferningsverkfæri..... | 98 |
| 5. | Fibonacci kuðungurinn | 99 |
| 6. | Að finna út miðpunkt hrings..... | 100 |
| 7. | Að sérsníða tækjastikuna | 103 |
| 8. | Áskorun: Uppgötvun Eulers..... | 103 |
| Skilyrtur sýnileiki og runur..... | | 108 |
| 1. | Myndræn túlkun á samlagningu heiltalna..... | 109 |
| 2. | Skilyrt snið – gátreitir settir inn | 111 |
| 3. | Kynning á runum | 115 |
| 4. | Margföldun náttúrulegra talna sýnd myndrænt..... | 117 |
| 5. | Áskorun: Strengjalist með Bézier ferlum | 119 |
| Töflureiknir og Helstu hugtök úr tölfræði | | 121 |
| 1. | Inngangur að notendasýn töflureiknis í GeoGebra..... | 122 |
| 2. | Að setja inn í töflureikninn | 123 |
| 3. | Mynstur afritun og Línulegar jöfnur..... | 125 |
| 4. | Tilraunir með talnamynstur..... | 127 |
| 5. | Punktarit og jafna bestu línu..... | 131 |
| 6. | Áskorun: Leiðangur um grunnskipanir í tölfræði..... | 133 |



Inngangur og uppsetning Samanburður teikninga og myndsmíða

GeoGebra æfingapakki 1

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|---|----|
| 1. Kynning og uppsetning á GeoGebru | 9 |
| 2. Grunnatriði í notkun GeoGebru | 12 |
| 3. Teikning eða myndsmíð með GeoGebra | 14 |
| 4. Teikningar, myndsmíðar og dragpróf | 15 |
| 5. Smíði rétthyrnings | 17 |
| 6. Myndsmíðarspilari og verklýsing smíðar | 19 |
| 7. Smíði jafnhliða þríhyrnings | 19 |
| 8. Valmyndin Eiginleikar hlutar | 21 |
| 9. Áskorun: Smíði jafnarma þríhyrnings | 22 |



1. Kynning og uppsetning á GeoGebru

Bakgrunnur Geogebra

GeoGebra er kvíkt stærðfræðiforrit fyrir skóla, sem sameinar rúmfræði, algebru og stærðfræðigreiningu.

Annars vegar er GeoGebra gagnvirkt rúmfræðiforrit. Hægt er að gera teikningar með punktum, vigrum, línustrikum, línunum og keilusniðum ásamt föllum, sem breyta má eftir á.

Hins vegar er hægt að setja inn jöfnur og hnit beint. Þannig ræður GeoGebra við breytur fyrir tölur, vigra og punkta. Hún finnur stofnföll og afleiður falla og býður upp á skipanir eins og Rót og Hvirfilpunktur.

Þessi tvö sjónarhorn eru lýsandi fyrir GeoGebru: tákn í algebruglugganum svarar til hlutar í myndaglugganum og öfugt.

Notendaviðmót GeoGebru

Notendaviðmót GeoGebru samanstendur af myndaglugga og algebruglugga. Annars vegar er hægt að nota rúmfræðiverkfæri með músinni, til að teikna/smíða í myndaglugga. Hins vegar er hægt að setja algebrustæður, skipanir og föll beint inn í inntaksreit með því að nota lyklaborðið. Myndir allra hluta sjást í myndaglugganum og samtímis sést algebruleg framsetning þeirra í algebruglugganum.

Auðvelt er að breyta notendaviðmóti GeoGebru og koma þannig til móts við þarfir nemenda. Ef nota á GeoGebru á yngri stigum grunnskóla, getur verið betra að fela algebrugluggann, inntaksreitinn og ása hnitakerfisins og vinna eingöngu með teiknaborðið og rúmfræðiverkfærin. Seinna má nota grind og ása til að kynna hnitakerfið og vinna með heiltöluhnit. Í framhaldsskóla er svo hægt að nota algebrugluggann til að leiða nemendur gegnum algebru til stærðfræðigreiningar.



Uppsetning Geogebra

Undirbúningur

Búið til nýja möppu á skjáborðinu (desktop) og kallið hana GeoGebra_kynning.

Ábending: Vistið allar skrár sem þið gerið á námskeiðinu í þessa möppu, svo auðvelt verði að finna þær seinna.

Uppsetning MEÐ netaðgangi

Setjið upp GeoGebra WebStart

- Opnið netvafra og farið á www.geogebra.org/webstart.
- Smellið á hnappinn: *GeoGebra WebStart*.
Athugasemd.: Forritið hleður sér sjálfkrafa niður í tölvuna. Þið þurfið einungis að samþykkja öll skilaboð sem koma með Í lagi (OK), Já (YES) eða Run.

Ábending: Notkun GeoGebra WebStart hefur nokkra kosti ef þið eruð nettengd í fyrstu uppsetningu:

- Ekki þarf að eiga við mismunandi skrár þar sem GeoGebru er sjálfkrafa hlaðið í tölvuna.
- Ekki þarf sérstakan rótaraðgang til að nota GeoGebra WebStart, en það er sérlega heppilegt í skólum og tölvuverum.
- Hafi GeoGebra WebStart verið sett upp, er einnig hægt að nota forritið án nettengingar.
- Ef nettenging er til staðar eftir uppsetningu, kannar GeoGebra WebStart alltaf hvort til séu viðbætur, og setur þær upp sjálfkrafa. Þannig vinnið þið alltaf með nýjustu útgáfu GeoGebru.

Uppsetning ÁN netaðgangs

- Kennari lætur ykkur fá skrárnar sem þarf, á USB lykli eða geisladiski.
- Afritið uppsetningarskrárnar í möppuna GeoGebra_kynning í tölvunni.
Ábending: Verið viss um að hafa rétta útgáfu fyrir stýrikerfi tölvunnar.
Dæmi: MS Windows: GeoGebra_4_0_0_0.exe
MacOS: GeoGebra_4_0_0_0.zip
- Tvísmellið á GeoGebru uppsetningarskrána og farið eftir leiðbeiningum sem birtast.



Vistun á fylgiskjölunum

Halið niður fylgiskjölunum og vistið þau í tölvunni

- Kennari afhendir fylgiskjölin á USB-lykli eða geisladiski. Afritið *GeoGebra_Kynning_Skrár* möppuna í *GeoGebra_kynning* möppuna í tölvunni.

EÐA

- Halið niður pökkuðum skráum af: <http://www.geogebra.is>
 - Vistið í *GeoGebra_kynning* möppuna.
 - Afbjappið skrárnar. Það veltur á stýrikerfinu, hvernig það er gert:
MS Windows: Hægri-smellið á pökkuðu skrána og fylgið leiðbeiningum *Extraction Wizard*.
MacOS: Tvísmellið á pökkuðu skrána.



2. Grunnatriði í notkun GeoGebru

Hvernig nota á verkfæri GeoGebru

Notkun verkfæra



- Virkjið verkfæri með því að smella á hnapp með tákni aðgerðarinnar sem framkvæma á.
- Opnið verkfærakistu með því að smella á neðri hluta hnapps og velja annað verkfæri úr þessari kistu.
Ábending: Ekki þarf að opna verkfærakistu í hvert skipti sem verkfæri er valið. Ef tákn verkfærisins sést, er hægt að virkja það beint með smelli.
Ábending: Í hverri verkfærakistu eru svipuð verkfæri.
- Skoðið hjálpina hægra megin uppi til að sjá hvaða verkfæri er valið og hvernig á að nota það.

Að vista og opna GeoGebru skrár

Vistun skráa í GeoGebru

- Smellið á *Skrá* og veljið *Vista*.
- Veljið möppuna GeoGebra_kynning í glugganum sem birtist.
- Sláið inn nafn skrárinnar í reitinn: File name.
- Smellið á *Save* til að vista.
Ábending: Skrá með viðskeytinu „.ggb“ verður til. Þetta viðskeyti auðkennir GeoGebru skrár og gefur til kynna að eingöngu sé hægt að opna þær með GeoGebru.
Ábending: Vandíð til nafngjafar á skrá. Forðist að nota bil eða tákni í skráarnafni, þar sem það getur valdið vandræðum þegar opna á skrána í annarri tölvu. Notið frekar undirstrik eða hástafi innan skráarnafnsins (til dæmis Fyrsta_Teikning.ggb).

Hvernig opna á eða stofna GeoGebru skrár

- *Að stofna nýja skrá* (*Skrá*-  *Nýr gluggi*)
- *Að stofna nýja skrá* innan **sama glugga** (*Skrá* – *Nýtt*).
- *Að opna GeoGebru skrá sem þegar er til* (*Skrá* –  *Opna*).



- Finnið möppuna sem inniheldur skjalið.
- Veljið GeoGebruskjal (viðskeyti „ggb“)
- Smellið á *Open*.

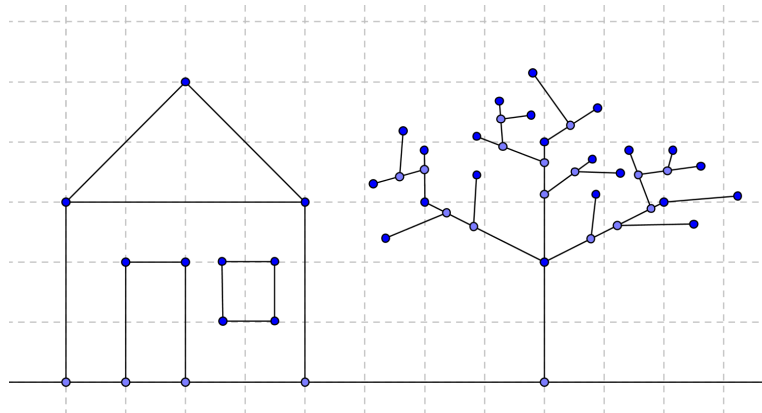
Ábending: Ef þú átt eitthvað óvistað í skránni sem er opin, þá spyr GeoGebra hvort þú viljir ekki vista áður en hún stofnar nýju skrána.



3. Teikning eða myndsmíð með GeoGebra

Undirbúningur

- Veljið *Sýn –Rúmfræði*.



Að teikna myndir með GeoGebra

Notið mús og eftirfarandi verkfæri til að teikna myndir á teikniborðið (til dæmis ferning, rétthyrning, hús, tré,...).

Ábending: Ef þú veist ekki hvernig eitthvert verkfæranu virkar er gagnlegt að lesa hjálpina hægra megin uppi sem fylgir verkfærinu.

| | | |
|--|--------------------------------|-------|
| | Nýr punktur | Nýtt! |
| | Færa | Nýtt! |
| | Lína gegnum tvo punkta | Nýtt! |
| | Línustrik milli tveggja punkta | Nýtt! |
| | Eyða hlut | Nýtt! |
| | Hætta við / Endurgera | Nýtt! |
| | Hreyfa teikniborð | Nýtt! |
| | Bysja inn / Bysja út | Nýtt! |
| | | |



Gott að æfa

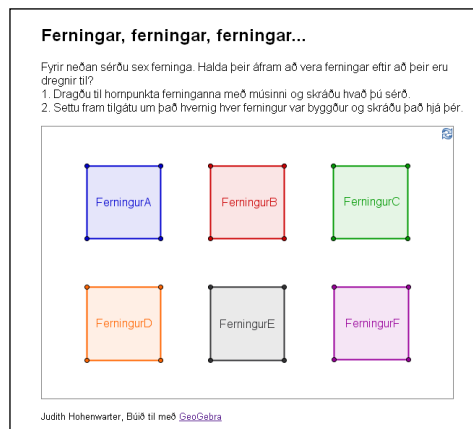
- Hvernig ákveðinn hlutur er valinn.
Ábending: Þegar bendillinn er yfir hlut, ljómar hluturinn og bendillinn breytist úr krossi í ör. Músarsmellur velur hlutinn.
- Hvernig punktur, sem liggur á hlut, er búinn til.
Ábending: Punkturinn er ljósblár að lit. Athugið alltaf hvort punkturinn er raunverulega á hlutnum með því að draga hann með músinni (Færa verkfærið)
- Hvernig hægt er að leiðrétta mistök skref fyrir skref með því að nota *Hætta við* og *Endurgera* hnappana.

Ábending: Sum verkfæri leyfa að punktar séu búnir til jafnóðum. Þannig eru tilbúnir hlutir ekki forsenda þess að hægt sé að beita verkfærinu.

Dæmi: Verkfærið *Línustrik milli tveggja punkta* er hægt að nota á tvo punkta sem þegar eru á teikniborðinu eða beint á autt teikniborðið. Með því að smella á teikniborðið verða punktarnir til og línustrik milli þeirra.

4. Teikningar, myndsmíðar og dragpróf

Opnið kvika vinnublaðið [Teikning_smidi_feringar.html](#).



Vinnublaðið inniheldur nokkra feringa sem búnir voru til á mismunandi hátt og hafa því mismunandi rúmfræðilega eiginleika.

- Rannsakið þá með því að draga ALLA hornpunkta þeirra með músinni.
- Finnið út hverjir ferhyrninganna eru áfram feringar sama hvernig þeir eru dregnir til.
- Reynið að setja fram tilgátu um það hvernig hver feringur var búinn til.
- Skrifnið niður tilgáturnar



Umræður

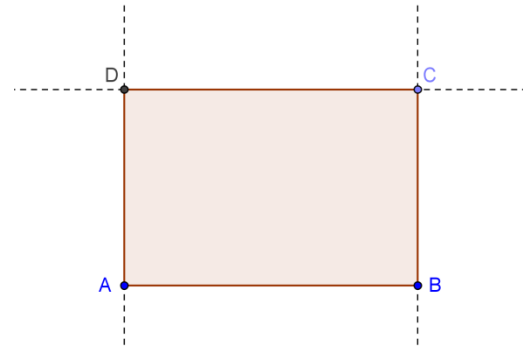
- Hver er munurinn á teikningu og myndsmíð?
- Hvað er „drag-prófið“ og hvers vegna er það mikilvægt?
- Hvers vegna er mikilvægt að smíða myndir frekar en teikna þær bara í rúmfræðiforriti?
- Hvað þarf maður að vita um rúmmyndina áður en hægt er að smíða hana í kviku stærðfræðiforriti?



5. Smíði rétthyrnings

Undirbúningur

- Rífið upp eiginleika rétthyrnings áður en smíðin hefst.
Ábending: Ef ekki er ljóst hvaða skref eru nauðsynleg, er gott að opna skrána [Smíði Retthyrnings.ggb](#). Notið hnappana neðst á myndinni til að endurgera smíðina skref fyrir skref.
- Opnið nýtt GeoGebruskjal.
- Veljið *Sýn-Einfaldur rúmfræðigluggi*
- Breytið merkingu í *Nýir punktar eingöngu* (*Valkostir - Merkingar*).



Kynning á nýjum verkfærum

| | | |
|--|--|--------------|
| | Verkfærið Hornrétt lína <u>Ábending:</u> Smelltu á línu sem þegar er til og svo á punkt til þess að búa til hornréttu línu í gegnum punktinn. | Nýtt! |
| | Verkfærið Samsíða lína <u>Ábending:</u> Smelltu á línu sem þegar er til og svo á punkt til þess að búa til samsíða línu í gegnum punktinn. | Nýtt! |
| | Verkfærið Skurðpunktur tveggja hluta <u>Ábending:</u> Smelltu á verkfærið skurðpunktur tveggja hluta. Smelltu svo á báða hlutina og þá kemur fram skurðpunktur eða skurðpunktur hlutanna eftir því hvort við á. | Nýtt! |
| | Verkfærið Marghyrningur <u>Ábendingar:</u> Smelltu á teikniborðið eða punkta sem þegar hafa verið skilgreindir, til að búa til hornpunkta marghyrningsins. Tengjið saman fyrsta og síðasta hornpunkt til þess að loka marghyrningnum! Tengjið hornpunkta ávallt rangsælis! | Nýtt! |

Ábending: Lesið stikuhjálp, ef óljóst er hvernig á að nota verkfæri.

Ábending: Prófið öll ný verkfæri áður en myndsmíðin hefst.

Smíðaferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Línustrik AB |
| 2 | | Lína hornrétt á línustrik AB , gegnum punkt B |
| 3 | | Nýr punktur C á hornréttu línunni |

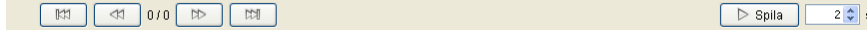


| | | |
|---|--|---|
| 4 | | Lína samsíða línustriki AB gegnum punkt C |
| 5 | | Hornrétt lína á línustrik AB gegnum punkt A |
| 6 | | Skurðpunktur D |
| 7 | | Marghyrningur $ABCD$ <u>Ábending:</u> Til að loka marghyrningnum þarf að smella á fyrsta hornpunktinn aftur. |
| 8 | | Vistið myndsmíðina. |
| 9 | | Beitið dragprófinu til að kanna hvort allt hafi verið gert á réttan hátt. |



6. Myndsmíðarspilari og verklýsing smíðar

Sýndu *Myndsmíðarspilara* (skoða valmyndin) til þess að rifja upp smíðina þína með því að nota takkana.



Sýndu *Verklýsing myndsmíðar* (Skoða valmyndin) og notið hana til að sýna smíðina skref fyrir skref.

Gott að æfa.

- Reyndu að breyta röð smíðisskrefa með því að draga einhverja línu til með músinni. Hvers vegna er þetta EKKI alltaf hægt?

- Flokkið saman nokkur skref úr ferlinu með því að setja inn rofstaði:

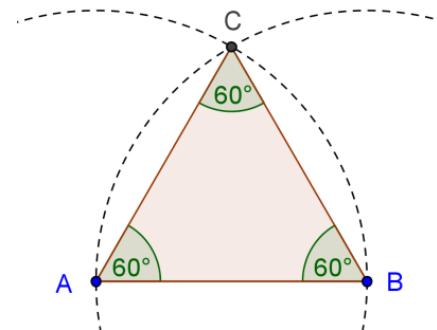
- Sýnið dálkinn *Rofstaður* (Skoða í glugganum *Verklýsing myndsmíðar*).
- Flokkið saman smíðisskref með því að haka við *Rofstað* í enda listans sem flokka á saman.
- Breytið stillingu í *Sýna bara rofstaði* (Skoða í glugganum *Verklýsing myndsmíðar*).
- Notið hnappana neðst í glugganum til að spila myndsmíðina skref fyrir skref. Eru rofstaðirnir á réttum stöðum?

| Nr. | Nafn | Stik... | Skjupun | Gildi | Skýringa... | Rofstaður |
|-----|---------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|--------------|-------------------------------------|
| 1 | Punktur A | A | | $A = (-2, -3)$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 2 | Punktur B | B | | $B = (3, -3)$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 3 | Línustrik a | a | Línustrik[A, B] | $a = 5$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 4 | Lína b | b | HornréttLína[B, a] | $b: x = 3$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 5 | Punktur C | C | Punktur[b] | $C = (3, 4)$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 6 | Lína c | c | Lína[C, a] | $c: y = 4$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 7 | Lína d | d | HornréttLína[A, a] | $d: x = -2$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 8 | Punktur D | D | Skurðpunkt[c, d] | $D = (-2, 4)$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 9 | Ferhliðungur marghymin... | | Marghyminur[A, B, C, D] | | marghymin... | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 9 | Línustrik a ₁ | a ₁ | Línustrik[A, B, marghyminur1] | $a_1 = 5$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 9 | Línustrik b ₁ | b ₁ | Línustrik[B, C, marghyminur1] | $b_1 = 7$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 9 | Línustrik c ₁ | c ₁ | Línustrik[C, D, marghyminur1] | $c_1 = 5$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 9 | Línustrik d ₁ | d ₁ | Línustrik[D, A, marghyminur1] | $d_1 = 7$ | | <input checked="" type="checkbox"/> |

7. Smíði jafnhliða þríhyrnings

Undirbúningur

- Rifjið upp eiginleika jafnhliða þríhyrnings áður en smíðin hefst.
Ábending: Ef ekki er ljóst hvaða skref eru nauðsynleg, er gott að opna skrána [Smíði Jafnhliða Þríhyrnings.ggb](#). Notið hnappana neðst á myndinni til að spila





- smíðuferlið
- Opnið nýtt GeoGebruskjal.
- Skiptið yfir í einfaldan rúmfræðiglugga (Sýn).
- Breytið merkingu í *Nýir punktar eingöngu (Valkostir - Merkingar)*.

Kynning á nýjum verkfærum

| | |
|--|---|
| | Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti Nýtt! Fyrri smellur býr til miðju, seinni ákveður geisla hringins. |
| | Sýna/fela hlut Nýtt! <u>Ábending:</u> Veljið verkfærið, smellið svo á alla hluti sem á að fela. Veljið svo annað verkfæri til að sjá breytingar! |
| | Horn Nýtt! <u>Ábending:</u> Smellið á punktana rangsælis! GeoGebra býr allt til horn í stærðfræðilega jákvæða snúningsstefnu. |

Ábendingar: Lesið stikuhjálp, ef ekki er ljóst hvernig á að nota verkfæri. Prófið öll ný verkfæri áður en byrjað er á smíði.

Smiðuferli

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Línustrik AB . |
| 2 | | Gerið hring með miðju A í gegnum B . |
| 3 | | Gerið hring með miðju B í gegnum A . <u>Ábending:</u> Dragðu til punktana A og B til að kanna hvort hringurinn er tengdur þeim. |
| 4 | | Finndu skurðpunkta hringjanna og merktu annan þeirra C . |
| 5 | | Búið til þríhyrning ABC rangsælis. |
| 6 | | Felið hringina. |
| 7 | | Sýnið innri horn þríhyrningsins. <u>Ábending:</u> Hafi marghyrningurinn verið búinn til réttsælis, koma ytri horn! |
| 8 | | Vistið myndsmíðina. |
| 9 | | Beitið dragprófi, til þess að kanna hvort rétt hafi verið staðið að verkinu. |



8. Valmyndin Eiginleikar hlutar

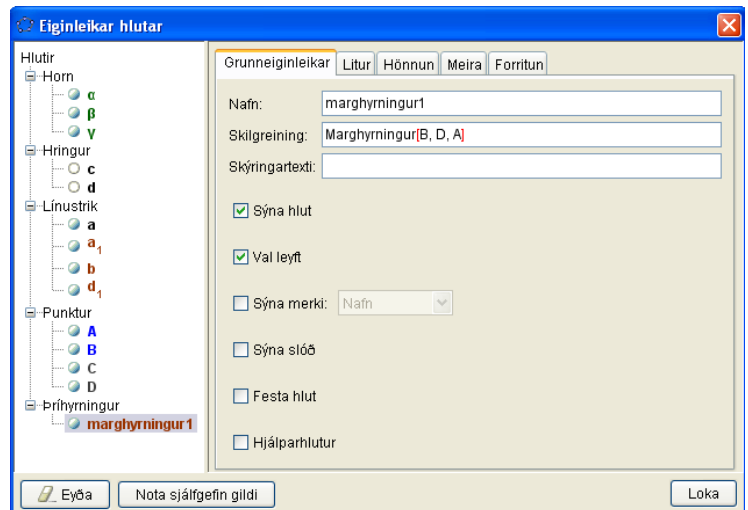
Að skoða eiginleika hlutar

Hægt er að komast í *Eiginleika* á nokkra mismunandi vegu:

- Hægrismellið (MacOs: Ctrl-smella) á hlut.
- Veljið *Eiginleika...* í *Breyta* valmyndinni.
- Tvísmellið á hlut með *Færa* verkfærið virkt.
- Efst til hægri á teiknaborðinu er að finna litla ör og hluta þessara eiginleika er hægt að fá fram með því að smella á örina sem er hægra megin á stikunni.

Gott að æfa







- Veljið mismunandi hluti úr listanum vinstra megin og kannið hvaða eiginleikum er hægt að breyta fyrir mismunandi gerðir hluta.
- Veljið nokkra hluti til að breyta ákveðnum eiginleika samtímis fyrir þá alla.
Ábending: Haldið inni Ctrl-hnappnum (MacOs: Cmd-smella) og veljið allt sem breyta á.
- Veljið alla hluti af sömu tegund með því að smella á það tegundarheiti.
- Sýnið gildi mismunandi hluta og prófið mismunandi gerðir merkinga.
- Breytið eiginleikum ákveðinna hluta (til dæmis lit, hönnun,...).





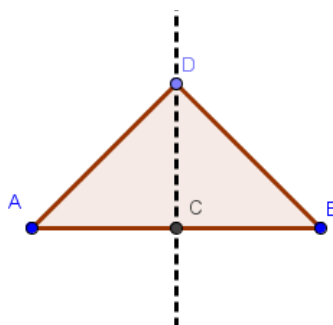
9. Áskorun: Smíði jafnarma þríhyrnings

Smíðum **jafnarma þríhyrning** þannig að hægt sé að breyta lengd grunnlínu og hæðar hans með því að færa til samsvarandi hornpunkta með músinni. Þú þarft eftirfarandi verkfæri til þess að leysa verkefnið:

| | | |
|--|--------------|---|
|  Línustrik milli tveggja punkta | Nýtt! |  Nýr punktur |
|  Miðja eða miðpunktur | |  Marghyrningur |
|  Hornrétt lína | |  Færa |

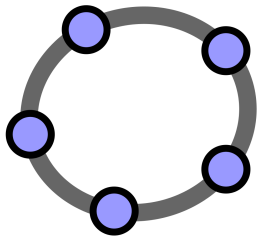
Ábending: Notið stikuhjálp, ef óljóst er hvernig á að nota verkfæri.

Ábending: Prófið öll ný verkfæri áður en myndsmíðin hefst.



Molar

- Rifjið upp eiginleika þeirra rúmfræðihluta sem búa á til.
- Reynið að finna út hvaða GeoGebruverkfæri er hægt að nota við smíðina (til dæmis rétt horn – verkfærið *Hornrétt lína*).
- Verið viss um að vita hvernig verkfærin virka áður en myndsmíðin byrjar. Ef þið vitið ekki hvernig verkfæri virkar, virkjið það og lesið stikuhjálpin.
- Opnið nýja GeoGebruskrá fyrir hvert verkefni, felið algebrugluggann, inntaksreitinn og ásana.
- Það er ráðlegt að vista skránar áður en byrjað er á nýju verkefni.
- Ekki gleyma hnöppunum *Hætta við* og *Endurgera* ef gerð eru mistök.
- Notið oft *Færa* verkfærið til að kanna myndsmíðina (til dæmis hvort hlutir séu örugglega tengdir, hvort ónauðsynlegir hlutir séu á myndinni).
- Spyrjið fyrst félaga áður en leitað er til kennara.



Smíði rúmmynda & notkun á skipunum

GeoGebra æfingapakki 2

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|--|----|
| 1. Smíði fernings | 24 |
| 2. Smíði reglulegs sexhyrnings | 25 |
| 3. Smíði á umrituðum hring þríhyrnings | 26 |
| 4. Sjónrænt: Setning Palesar | 27 |
| 5. Smíði á snertli hrings..... | 29 |
| 6. Stuðlar 2.stigs margliðu kannaðir | 32 |
| 7. Rennistika notuð til að breyta stuðlum..... | 33 |
| 8. Áskorun: Stuðlar margliðu..... | 35 |



1. Smíði fernings

Í þessu verkefni verða verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunið að nota þau áður en þið hefjið myndsmíðina:

| | | | |
|--|---|--|----------------|
| | Línustrik milli tveggja punkta | | Marghyrningur |
| | Hornrétt lína | | Sýna/fela hlut |
| | Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti | | Færa |
| | Skurðpunktur tveggja hluta | | |

Ábending: Skoðið skjalið [Smíði Fernings.html](#) ef þið eruð ekki viss um hvernig best er að smíða ferninginn.

Undirbúningur

- Opnið nýjan GeoGebra glugga.
- Veljið *Sýn-Rúmfræði*.
- Veljið *Valkostir-Merkingar-Nýir punktar eingöngu*

Smíðuferli







| | | |
|----|--|---|
| 1 | | Dragið línustrik $a = AB$ í gegnum punkta A og B. |
| 2 | | Teiknið hornréttu línu b á línustrikið AB gegnum punktinn B. |
| 3 | | Teiknið hring c með miðju í B gegnum punktinn A. |
| 4 | | Finnið skurðpunkt hornréttu línunnar b with hringinn c og merkið hann með C. |
| 5 | | Teiknið hornréttu línu d á línustrikið AB gegnum punktinn A. |
| 6 | | Teiknið hring e með miðju í A í gegnum punktinn B. |
| 7 | | Finnið skurðpunkt línunnar d við hringinn e og merkið hann með D. |
| 8 | | Búið til marghyrning $ABCD$. <u>Ábending:</u> Gætið þess að gleyma ekki að velja aftur punktinn A eftir að punkturinn D hefur verið valinn. |
| 9 | | Felið hringi og hornréttar línur. |
| 10 | | Notið dragpróf til að kanna hvort myndsmíðin sé rétt, þ.e kanið hvort ferningurinn verði áfram ferningur eftir að hann hefur verið dreginn til. |



Áskorun: Getið þið fundið aðra leið til að smíða ferning?

2. Smíði reglulegs sexhyrnings

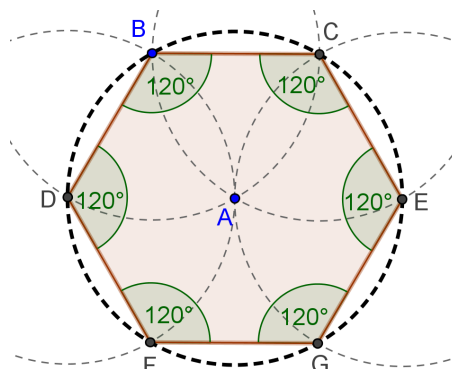
Í þessu verkefni verða verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunnið að nota þau áður þið hefjið myndsmíðina:

| | | | |
|---|---|---|----------------|
|  | Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti |  | Horn |
|  | Skurðpunktur tveggja hluta |  | Sýna/fela hlut |
|  | Marghyrningur |  | Færa |







Ábending: Skoðið skjalið [Smíði Sexhyrnings.html](#) ef þið eruð ekki viss um hvernig best er að smíða sexhyrninginn.

Undirbúningur

- Opnið nýjan GeoGebra glugga.
- Veljið *Sýn – Rúmfræði*.
- Veljið *Valkostir-Merkingar- Allir Nýjir hlutir*



Smíðuferli

| | | |
|---|---|---|
| 1 |  | Teiknið hring a með miðju í A gegnum punkt B. |
| 2 |  | Teiknið annan hring b með miðju B gegnum punkt A. |
| 3 |  | Finnið skurðpunkt hringjanna til að finna hornpunkta C og D. |
| 4 |  | Teiknið nýjan hring e með miðju í C gegnum punkt A. |
| 5 |  | Finnið skurðpunkt hans og fyrsta hringsins til að fá hornpunkt E. |
| 6 |  | Teiknið nýjan hring með miðju í D gegnum punkt A. |



| | | |
|----|--|--|
| 7 | | Finnið skurðpunkt hans og fyrsta hringsins til að fá hornpunkt F . |
| 8 | | Teiknið nýjan hring með miðju í E gegnum punkt A . |
| 9 | | Finnið skurðpunkt hans og fyrsta hringsins til að fá hornpunkt G . |
| 10 | | Teiknið sexhyrninginn $FGECBD$. |
| 11 | | Felið hringina. |
| 12 | | Mælið horn sexhyrningsins. |
| 13 | | Framkvæmið dragpróf til að kanna hvort myndsmíðin er rétt. |

Áskorun: Reynið að útskýra þessa leið við myndsmíðina.

Ábending: Hvaða geisla hafa hringirnir og hvers vegna?

3. Smíði á umrituðum hring þríhyrnings

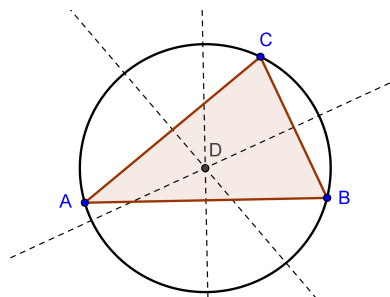
Í þessu verkefni verða verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunið að nota þau áður þið hefjið myndsmíðina:

| | | |
|--|---|------|
| | Marghyrningur | |
| | Miðpverill | Nýtt |
| | Skurðpunktur tveggja hluta | |
| | Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti | |
| | Færa | |

Ábending: Skoðið skjalið [Smidi_Umritadur_Trihyrningur.html](#) ef þið eruð ekki viss um hvernig best er að smíða umritaða þríhyrninginn.

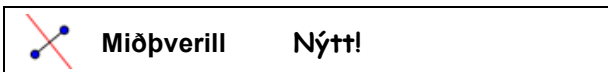
Undirbúningur

- Opnið nýjan GeoGebra glugga.
- Veljið *Sýn-Rúmfræði*.
- Veljið *Valkostir-Merkingar-Nýir punktar eingöngu*.





Kynning á nýju verkfæri



Ábending: Þið getið alltaf notað stíkuhjálpinna ef þið kunnið ekki að nota verkfærið. Prófið verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.

Smíðuferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Búið til þríhyrning ABC . |
| 2 | | Teiknið miðþveril á hverja hlið þríhyrningsins. <u>Ábending:</u> Verkfærinu <i>Miðþverill</i> má beita á línustrik sem þegar er til. |
| 3 | | Finnið punkt D sem er skurðpunktur tveggja helmingalína línustrika. <u>Ábending:</u> Verkfærinu <i>Skurðpunktur tveggja hluta</i> er ekki hægt að beita til að finna skurðpunkt þriggja lína. Veljið annað hvort tvær af línunum þremur, eða smellið á skurðpunktinn og veljið eina línu í einu úr listanum sem birtist. |
| 4 | | Teiknið hring með miðju D gegnum einn hornpunkt á þríhyrningnum ABC . |
| 5 | | Framkvæmið dragpróf til að kanna hvort myndsmíðin sé rétt. |

Aftur í skóla...

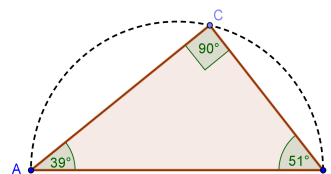
Breytið myndsmíðinni til að svara eftirfarandi spurningum:

1. Getur ummiðja þríhyrnings legið utan þríhyrningsins? Ef svo er, fyrir hvaða gerðir þríhyrningsa er það þannig?
2. Hver er ástæða þess að notaðir eru miðþverlar til að finna ummiðju þríhyrningsins?

4. Sjónrænt: Setning Palesar







Aftur í skóla...

Áður en byrjað er á þessari myndsmíð, er gott að skoða kvika vinnublaðið [Setning Thalesar.html](#) til að sjá hvernig nemendur geta enduruppgötvað það sem Pales uppgötvaði fyrir 2600 árum.





Í þessu verkefni verða verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunið að nota þau áður þið hefjið myndsmíðina:


| | | |
|--|--------------------------------|--------------|
|  | Línustrik milli tveggja punkta | |
|  | Hálfhringur gegnum tvo punkta | Nýtt! |
|  | Nýr punktur | |
|  | Marghyrningur | |
|  | Horn | |
|  | Færa | |

Ábending: Skoðið skjalið [Smíði Setning Thalesar.html](#) ef þið eruð ekki viss um hvernig best er að smíða myndina.

Undirbúningur







- Opnið nýjan GeoGebru glugga.
- Veljið *Sýn-Rúmfræði*.
- Veljið *Valkostir-Merkingar-Nýir punktar eingöngu*

Kynning á nýju verkfæri


| | | |
|---|--|--------------|
|  | Hálfhringur gegnum tvo punkta | Nýtt! |
| | <u>Ábending:</u> Það í hvaða röð smellt er á punktana A og B ákvarðar hvoru megin hringboginn myndast. | |

Ábending: Þið getið alltaf notað stikuhjálpinu ef þið kunið ekki að nota verkfærið. Prófið verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.

Smíðuferli

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Teiknið línustrik AB . |
| 2 |  | Teiknið hálfhring gegnum punktana A og B . |
| 3 |  | Teiknið nýjan punkt C á hálfhringnum. |
| |  | <u>Ábending:</u> Athugið hvort C er á boganum með dragprófinu. |
| 4 |  | Teiknið þríhyrning ABC rangsælis. |
| 5 |  | Mælið innri horn þríhyrningsins ABC . |
| | | <u>Ábending:</u> Smellið í miðju marghyrningsins. |



6  Dragið til punktinn C til að sjá hvort smíðin sé rétt..

Áskorun: Sannið þessa setningu með teikningu.

Ábending: Finnið miðpunkt O á línustrikinu AB og sýnið geislann OC sem línustrik.

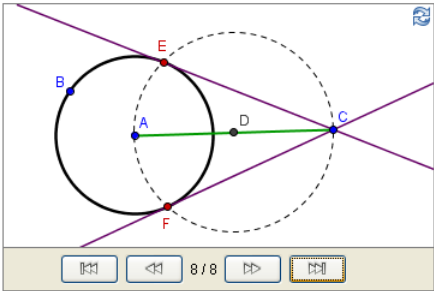
5. Smíði á snertli hrings

Aftur í skóla...

Opnið kvika vinnublaðið [Snertlar_Hrings.html](#). Fylgið leiðbeiningum vinnublaðsins til að finna út hvernig á að smíða snertla hrings.

Smíði snertils við hring

1. Notið **örvahnappana** á myndinni fyrir neðan til að skoða smíðaferil snertils við hring.
2. Reynið að **smíða sjálf** í myndaglugganum til hægri.
3. Skrifnið niður verklýsingu myndsmíðar og **útskýrið** hvert skref.



A
B
C
D
E
F

8 / 8

Move: Drag or select objects (Esc)

Umræða

- Hvaða verkfæri voru notuð við smíðina?
- Var stungið upp á að nota ný verkfæri við smíðina? Ef já, hvernig funduð þið út virkni þeirra?
- Tókuð þið eftir einhverju í sambandi við verkfærastikuna á vinnublaðinu?
- Haldið þið að nemendur geti unnið með svona kvikt vinnublað og uppgötvað sjálfir smíðaferilinn?



Hvað ef músin myndi hætta að virka?

Hvernig er hægt að klára GeoGebruskrár fyrir kennslustundir morgundagsins ef músin bilar?

GeoGebra býður uppá innslátt algebrustæða og skipanir til viðbótar við rúmfræðiverkfærin. Hvert verkfæri á sér samsvarandi skipun og ætti þess vegna að vera hægt að nota það án músar.

Athugasemd: GeoGebra hefur fleiri skipanir en verkfæri. Því eiga ekki allar skipanir sér samsvarandi verkfæri á stikunni!

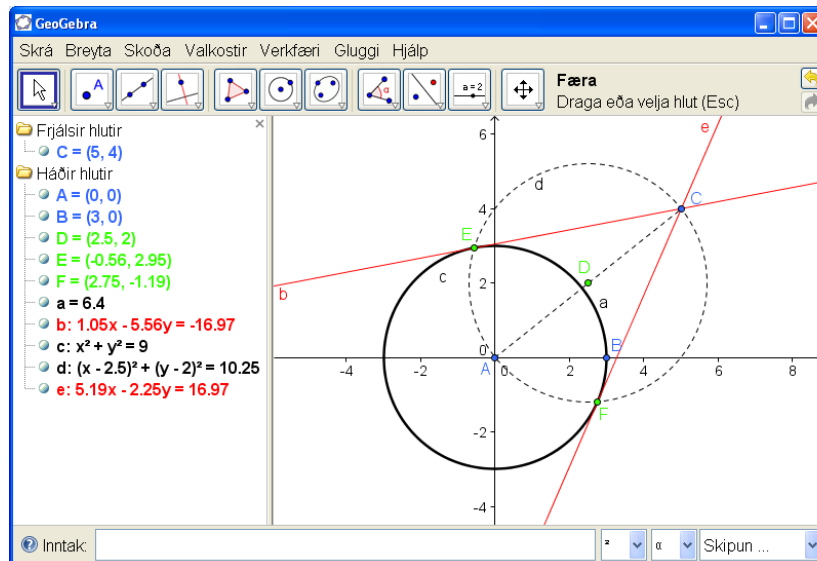
Viðfangsefni

Kannið skipanalistann við hlið inntaksreitsins og leitið að skipunum samsvarandi verkfærum sem þið hefur nú þegar kynnst.

Eins og sást í seinasta verkefni, er hægt að smíða snertil við hring með því að nota verkfæri eingöngu. Hér fyrir neðan er það sama gert, eingöngu með innslætti á lyklaborð.

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Sýnið algebrugluggann, inntaksreit og ása (Skoða).





Smíðuferli

| | | |
|---|----------------------------|---|
| 1 | $A = (0, 0)$ | Punktur A <u>Ábending:</u> Verið viss um að svigar séu lokaðir. |
| 2 | $(3, 0)$ | Punktur B <u>Ábending:</u> Ef nafn hlutar er ekki tekið fram, er nýtt nafn gefið samkvæmt stafrófsröð. |
| 3 | $c = \text{Hringur}[A, B]$ | Hringur með miðju A gegnum punkt B <u>Ábending:</u> Hringur er háður hlutur. |

Athugasemd: GeoGebra greinir á milli frjálsra og háðra hluta. Hægt er að breyta frjálsum hlutum með mús eða lyklaborði, en háðir hlutir breytast í samræmi við breytingar á þeim hlutum sem þeir eru háðir. Ekki skiptir máli hvernig (með mús eða lyklaborði) hlutur var upphaflega búinn til!

Viðfangsefni 1

Virkjið *Færa* og tvísmellið á hlut í algebruglugganum til að breyta algebrulegri framsetningu hans með lyklaborðinu. Ýtið að lokum á Enter hnappinn.

Viðfangsefni 2

Hægt er að nota örvahnappana til að færa frjálsa hluti á nákvæmari hátt. Virkjið *Færa* og veljið hlut (til dæmis frjálsan punkt) í hvorum glugganum sem er. Ýtið á upp/niður eða hægri/vinstri örvatakkana til að færa hlutinn í þá átt sem óskað er.

| | | |
|----|------------------------------|---|
| 4 | $C = (5, 4)$ | Punktur C |
| 5 | $s = \text{Línustrik}[A, C]$ | Línustrik AC |
| 6 | $D = \text{Miðpunktur}[s]$ | Miðpunktur D á línustrikinu AC |
| 7 | $d = \text{Hringur}[D, C]$ | Hringur með miðju D gegnum punkt C |
| 8 | $\text{Skurðpunktur}[c, d]$ | E og F, skurðpunktar hringjanna tveggja |
| 9 | $\text{Lína}[C, E]$ | Snertill gegnum punkta C og E |
| 10 | $\text{Lína}[C, F]$ | Snertill gegnum punkta C og F |



Prófun og breyting á smíðinni

- Framkvæmið dragpróf til að kanna hvort myndsmíðin er rétt.
- Breytið eiginleikum hluta til að bæta framsetningu myndsmíðinnar (til dæmis lit, línuþykkt, línugerð,...).
- Vistið myndsmíðina.

Umræður

- Komu upp einhver vandamál eða erfiðleikar við myndsmíðina?
- Hvara leiðina (mús eða lyklaborð) notið þið frekar og hvers vegna?
- Hvers vegna ætti að nota lyklaborðið ef hægt er að gera sama hlutinn með verkfærum?
Ábending: Ekki hafa allar skipanir samsvarandi verkfæri.
- Skiptir máli hvernig hlutur er búinn til? Er hægt að breyta honum í algebruglugganum (með lyklaborðinu) jafnt og myndaglugganum (með músinni)?

6. Stuðlar 2.stigs margliðu kannaðir

Aftur í skóla...

Í þessu verkefni eru áhrif stuðla á 2. stigs margliðu könnuð. Hér er sýnt hvernig hægt er að nota GeoGebra í „hefðbundinni“ kennslu til að gera námið meira lifandi fyrir nemendur.

Fylgið leiðbeiningum á vinnublaðinu og punktið niðurstöður og athuganir ykkar niður jafnóðum. Punktarnir nýtast svo við umræður um verkefnið á eftir.

Undirbúningur

- Opnið nýjan GeoGebra glugga.
- Sýnið – *Algebrugluggi og myndagluggi (Valmyndin Sýn)*

Smíðuferli

1 Sláið inn í inntaksreit $f(x) = x^2$ og ýtið á *Enter* hnappinn.

Viðfangsefni: Hvernig lögun hefur ferill fallsins?



| | | |
|---|-----|---|
| 2 | | Ljómið margliðuna í <i>Algebruglugganum</i> . |
| 3 | ↑ ↓ | Notið ↑ upp og ↓ niður örvahnappana. <u>Viðfangsefni:</u> Hvaða áhrif hefur þetta á graf og jöfnu margliðunnar? |
| 4 | | Ljómið aftur fallið í <i>Algebruglugganum</i> . |
| 5 | ← → | Notið ← vinstri and → hægri örvahnappana. <u>Viðfangsefni:</u> Hvaða áhrif hefur þetta á graf og jöfnu margliðunnar? |
| 6 | | Tvísmellið á jöfnu margliðunnar. Notið lyklaborðið til að breyta jöfnunni í $f(x) = 3x^2$. <u>Viðfangsefni</u> Hvernig breytist graf fallsins við þetta? Endurtakið breytingar á jöfnunni með því að slá inn mismunandi gildi fyrir stuðulinn (t.d. 0.5, -2, -0.8, 3). |

Umræður

- Komu upp erfiðleikar eða vandamál tengd notkun á GeoGebru?
- Hvernig væri hægt að nota svona verkefni (GeoGebra í bland við fyrirmæli á blaði) í „hefðbundinni“ kennslu?
- Teljið þið mögulegt að leggja það fyrir nemendur sem heimaverkefni?
- Á hvaða hátt gæti þessi rannsókn á stuðlum margliðu, haft áhrif á nám nemenda?
- Hafið þið hugmyndir um önnur stærðfræðileg efni sem hægt væri að kenna á svipaðan hátt (tölva í bland við fyrirmæli á blaði)?

7. Rennistika notuð til að breyta stuðlum


Við getum notað aðra, kvikari leið til að kanna áhrif stuðuls á margliðuna $f(x) = a * x^2$ með því að nota rennistiku til að breyta gildi hans.

Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebrauskrá.
- Sýnið – *Algebrugluggi og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)





Smíðuferli

| | |
|---|---|
| 1 | Búið til breytuna $a = 1$. |
| 2 | Látu breytuna a koma fram sem rennistiku á <i>teikniborðinu</i> . <u>Ábending:</u> Til að sýna tölu sem rennistiku í myndaglugganum, þarf að hægrismella (MacOs: Ctrl-smella) á breytuna í algebruglugganum og velja Sýna hlut. |
| 3 | Sláðu inn annars stigs margliðuna $f(x) = a * x^2$. <u>Ábending:</u> Ekki gleyma stjörnu * eða bili á milli a og x^2 . |
| 4 |  Búið til rennistiku b með Rennistiku <i>verkfærinu</i> . <u>Ábending:</u> Virkjið verkfærið og smellið á teikniborðið. Notið gefnar stillingar og smellið á <i>Beita</i> . |
| 5 | Sláið inn margliðuna $f(x) = a * x^2 + b$. <u>Ábending:</u> GeoGebra skrifar yfir gamla fallið með nýrri skilgreiningu. |

Molar

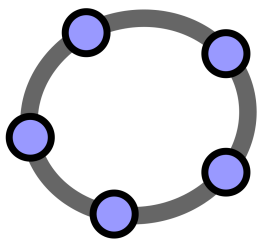
- **Nýr hlutur er búinn til og nefndur** með því slá inn $\text{nafn} =$ í *inntaksreit* fyrir framan skilgreiningu nýja hlutarins.
Til dæmis: $P = (3, 2)$ er skipun sem býr til nýjan punkt P .
- **Margföldun** þarf að slá inn með stjörnu eða bili milli þáttanna.
Til dæmis: $a * x$ eða $a \ x$
- **GeoGebra er háð há/lágstöfum!** Þ.e. ekki má rugla saman hástöfum og lágstöfum.
Athugið:
 - Punktur eru alltaf merktir með stórum stöfum.
Dæmi: $A = (1, 2)$
 - Vigrar eru alltaf táknaðir með litlum stöfum.
Dæmi: $v = (1, 3)$
 - Strik, línur, hringir, föll... eru alltaf táknuð með litlum stöfum.
Dæmi: hringur $c: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$
 - Breytan x innan falls er með litlum staf og við ritum x og y með litlum staf þegar jafna innheldur keilusnið eins og t.d. sporbaug.
Dæmi: $f(x) = 3 * x + 2$
- Ef þið viljið nota **hlut innan algebrustæðu eða skipunnar** þá þarf að búa hlutinn til áður en hann er notaður í inntaksreit til að skilgreina eitthvað annað.

Dæmi:

- $y = m x + b$ býr til línu þannig að stuðlar hennar eru eldri gildi m og b (t.d. tölur eða rennistikur).
- Lína $[A, B]$ býr til línu í gegnum punktana A og B sem hafa verið til fyrir.
- **Þið staðfestið skilgreiningu eða skipun** sem þið hafið slegið inn í inntaksreit með því að ýta á Enter hnappinn.
- **Hjálparglugginn fyrir inntaksreit og skipanir** er kallaður fram með því að velja  *Hjálp* úr samnefndri aðalvalmynd (eða flýtylkillinn F1).
- **Villuboð:** Ef þau koma, þá borgar sig að lesa þau, því þau eru oft lykillinn að lausn vandamálsins.
- **Skipanir** er hægt að slá inn eða velja þær úr listanum  við hliðina á inntaksreitnum.
Ábending: Ef þú veist ekki hvaða breytur eru nauðsynlegar innan sviga/hornklofa ákveðinnar skipunnar, sláðu þá nafn skipunar inn og smelltu svo á F1 til þess að opna "GeoGebraWiki".
- **Sjálfvirkni:** Eftir að fyrstu tveir stafir skipunar hafa verið slegnir inn í *Inntaksreit*, reynir GeoGebra að stinga upp á skipun með sömu byrjun.
 - Ef GeoGebra stingur upp á skipuninni sem þú hafðir í huga, ýttu á einfaldlega á Enter til að nota þá skipun.
 - Ef skipunin sem stungið er upp á er ekki það sem þú vilt nota, haltu þá áfram að pikka á lyklaborðið þangað til skipunin sem þú ert að leita að og tillagan passa saman.

8. Áskorun: Stuðlar margliðu

- Breytið gildi a með því að færa punktinn á rennistikunni með músinni. Hvaða áhrif hefur þetta á graf margliðunnar?
- Hvernig verður grafið þegar stuðlagildið er
 - (a) stærra en 1,
 - (b) milli 0 og 1
 - (c) neikvætt?
 Skrifðu niður athuganir ykkar.
- Breytið gildi b . Hvaða áhrif hefur þetta á graf margliðunnar?
- Búið til rennistiku fyrir nýjan stuðul c . Sláðu inn 2.stigs margliðuna $f(x) = a * x^2 + b x + c$. Breytið gildinu á c og kannið hvaða áhrif það hefur á graf margliðunnar.



Innsláttur algebru, föll & útflutningur mynda yfir á klemmuspjald

GeoGebra æfingapakki 3

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|---|----|
| 1. Stuðlar við jöfnu línu | 37 |
| 2. Safn af föllum | 39 |
| 3. Safn af föllum – Samliðun sínusbylgna | 40 |
| 4. Afleiðan kynnt – Hallafallið | 41 |
| 5. Könnun margliða..... | 42 |
| 6. Að flytja út myndir yfir á klemmuspjald | 43 |
| 7. Að afrita myndir yfir í ritvinnsluforrit | 45 |
| 8. Áskorun: Gerð námsefnis | 46 |



1. Stuðlar við jöfnu línu

Í þessu verkefni verða skipanir, algebra og verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunnið að nota þau áður þið hefjið myndsmíðina:

| | | |
|--|--------------------------------|--------------|
| | Rennistika | |
| | lína: $y = m x + b$ | |
| | Línustrik milli tveggja punkta | |
| | Skurðpunktur[lína, yÁs] | |
| | Skurðpunktur tveggja hluta | |
| | Halli | Nýtt! |
| | Sýna / fela hlut | |
| | Færa | |

Ábending: Hægt er að skoða skjalið [Stuðlar_línu.html](#) fyrst.

Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebuskrá.
- Sýnið – *Algebru og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)

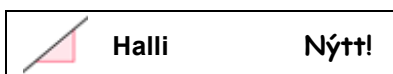
Smíðuferli, liður 1

Sláið inn: lína: $y = 0.8 x + 3.2$

Viðfangsefni

- Færið línuna í algebruglugganum með örvatökkunum. Hvaða stuðli er hægt að breyta á þennan hátt?
- Færið línuna í myndaglugganum með músinni. Hvernig er hægt að breyta línunni?







Kynning á nýju verkfæri

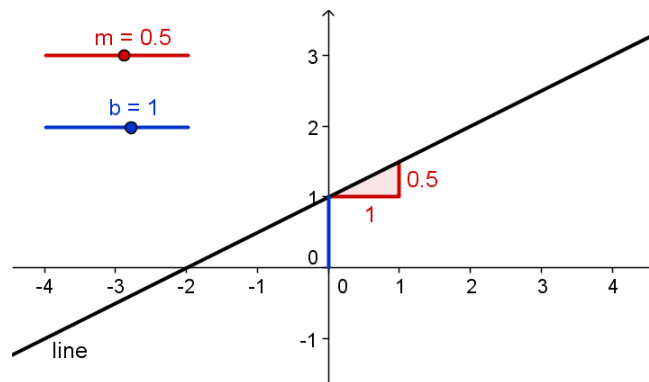


Ábending: Notið stikuhjálpinu ef þið kunnið ekki nota verkfærið. Prófið nýja verkfærið áður en þið hefjið smíðina.



Smíðuferli, liður 2

| | |
|---|---|
| 1 | Eyðið út línunni sem var búin til í smíðuferli lið 1. |
| 2 |  Búið til rennistikur m and b og notið sjálfgefna stillingar |
| 3 | Sláið inn: lína: $y = m * x + b$. <u>Ábending:</u> Munið eftir því að nota stjörnu til að tákna margföldun. |
| 4 |  Búið til punkt A sem er skurðpunktur línunnar við y-ásinn. <u>Ábending:</u> Samsvarandi skipun er <code>skurðpunktur[lína, yÁs]</code> . |
| 5 |  Búið til punkt B í upphafspunkti hnitakerfisins. |
| 6 |  Búið til línustrik milli punktanna A og B. <u>Ábending:</u> Það er gagnlegt að gera línustrikið þykkra svo það sjáist betur. |
| 7 |  Notið Hallaverkfærið (þríhyrninginn) til að sýna halla línunnar. |
| 8 |  Felið óþarfa hluti. |
| 9 | Endurbætið útlit myndarinnar með því að stilla eiginleika einstakra hluta (eiginleikar hlutar) |



Viðfangsefni

Skrifið leiðbeiningar fyrir nemendur, um það hvernig kanna má áhrif stuðla jöfnunnar á línuna, með því að nota rennistikurnar. Þessar leiðbeiningar væri hægt að afhenda á blaði ásamt GeoGebruskraní.



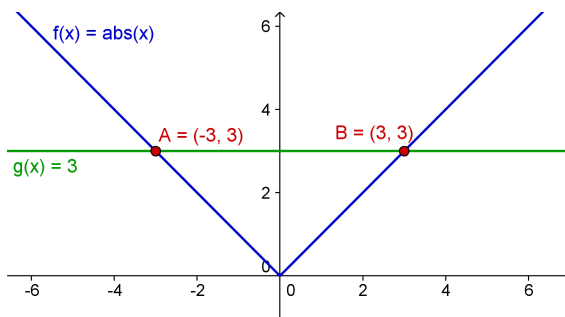
2. Safn af föllum

Auk margliða, eru ýmis önnur föll aðgengileg í GeoGebru (til dæmis hornaföll, tölugildisföll, veldisvísiföll). Föllin eru meðhöndluð sem hlutir og hægt er að nota þau í myndsmíðar.


Athugasemd: Sum fallanna er hægt að velja úr valmyndinni við hlið inntaksreitsins. Lista með öllum föllum sem GeoGebra styður má finna í nethjálpi GeoGebru (<http://wiki.geogebra.org/is/>).

Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebruskrá.
- Sýnið – *Algebru og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)



Smíðuferli

| | |
|---|--|
| 1 | Sláið inn Tölugildisfallið $f(x) = \text{abs}(x)$. |
| 2 | Sláið inn fasta fallið $g(x) = 3$. |
| 3 |  Finnið skurðpunkta fallana. <u>Ábending:</u> Það þarf að framkvæma þessa aðgerð tvisvar sinnum svo báðir skurðpunktarnir komi örugglega í ljós. |

Ábending: Kannski er betra að loka algebruglugganum og sýna nöfn og gildi hlutanna sem merki.

Aftur í skóla...

- Færið fasta fallið $g(x)$ til með músinni eða örvatökkunum, við það færast skurðpunktarnir milli fallanna. Hvaða tengsl eru á milli x-hnits og y-hnits þeirra?
- Færið feril tölugildisfallsins upp og niður með því nota músina eða örvahnappana. Hvernig breytist skilgreining fallsins við það?
- Hvernig væri hægt að nota þessa teikningu til að kynna tölugildishugtakið fyrir nemendum?



Ábending: Samhverfa fallsins gefur til kynna að venjulega séu tvær lausnir á tölugildisjöfnum.

3. Safn af föllum – Samliðun sínusbylgna

Ferðalag um eðlisfræðina

Hægt er að sýna hljóðbylgjur sem samsetningu sínusbylgna. Hver tónn í tónlist er samsettur úr nokkrum sínusbylgjum á forminu $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$.

Sveifluviddin a hefur áhrif á hljóðstyrk meðan horntíðnin ω segir til um tónhæð. Stuðullinn φ er kallaður fasi og gefur til kynna hvort hljóðbylgjunni sé hliðrað til í tíma.

Ef tvær sínusbylgjur skarast, verður samliðun. Þetta þýðir að bylgjurnar magna eða eyða hvor annarri. Hægt er að líkja eftir þessu fyrirbæri með GeoGebru, til að kanna sérstök tilvik sem koma einnig fyrir í náttúrunni.

Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebra skrá.
- Sýnið – *Algebru og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)

Smíðuferli

| | | |
|---|-----------------------|--|
| 1 | $\frac{a=2}{\bullet}$ | Búið til þrjár rennistikur a_1 , ω_1 and φ_1 . <u>Ábending:</u> a_1 býr til vísi. Hægt er að velja grísku stafina úr fellilista við hlið nafnreitsins í glugganum þar sem rennistikan er búin til. |
| 2 | | Sláið inn þetta sínusfall: $g(x) = a_1 \sin(\omega_1 x + \varphi_1)$. <u>Ábending:</u> Hér er hægt að setja grísku stafina sem hætti og í síðasta skrefi. |
| 3 | $\frac{a=2}{\bullet}$ | Búið til þrjár rennistikur a_2 , ω_2 and φ_2 . <u>Ábending:</u> Rennistikur er hægt að færa eftir <i>rennistiku</i> verkfærið er orðið virkt. |
| 4 | | Sláið inn annað sínusfall: $h(x) = a_2 \sin(\omega_2 x + \varphi_2)$. |
| 5 | | Skilgreinið summu fallanna $summa(x) = g(x) + h(x)$. |
| 6 | | Breytið litum ferlanna, en þá verður auðveldara að aðgreina þá. |

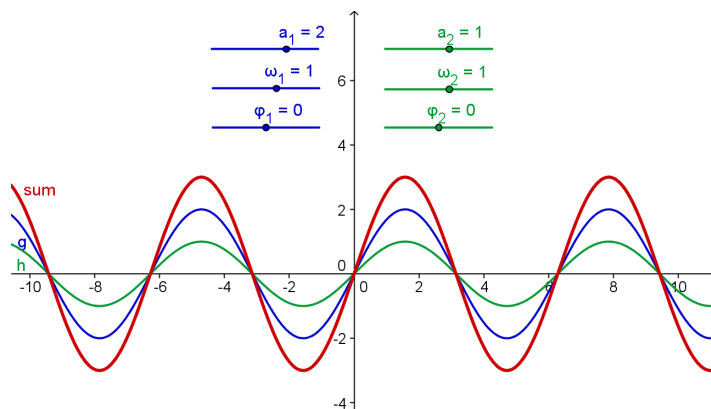


Aftur í skóla...

(a) Kannið áhrif stuðlanna á graf sínusfallsins með því að breyta gildum á rennistíkunum.

(b) Setjið $a_1 = 1$, $\omega_1 = 1$ og $\varphi_1 = 0$. Fyrir hvaða gildi á a_2 , ω_2 and φ_2 hefur summufallið mesta sveifluvídd?

Athugið: Í því tilfalli hefur tóninn hámarks hljóðstyrk.



(c) Fyrir hvaða gildi á a_2 , ω_2 , and φ_2 eyða bylgjurnar hvor annari út?
Athugið: Það heyrir enginn tónn.

4. Afleiðan kynnt – Hallafallið

Í þessu verkefni verða skipanir, algebra og verkfærin hér fyrir neðan notuð. Verið viss um að þið kunnið að nota þau áður þið hefjið myndsmíðina:

$f(x) = x^2/2 + 1$

Nýr punktur

Snertlar Nýtt!

Halli = halli[t]

$S = (x(A), halli)$

Línustrik milli tveggja punkta

Færa

Ábending: Hægt er að skoða skjalið halla_fall.html fyrst.

Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebra skrá.
- Sýnið – *Algebru og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)




Kynnig á nýju verkfæri

Snertlar Nýtt!
 Ábending: Smelltu á punkt og síðan á fallið sjálft.


Ábending: Verið viss um að þið kunnið að nota þetta verkfæri áður en þið hefjið myndsmíðina. Notið stíkuhjálpinu ef þið kunnið ekki að nota það.

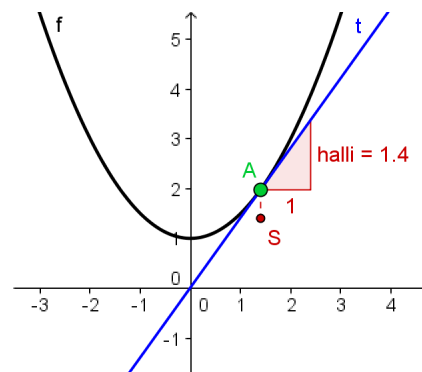


Smíðuferli

| | |
|---|---|
| 1 | Sláið inn margliðuna $f(x) = x^2/2 + 1$. |
| 2 |  Búið til nýjan punkt A á fallinu f . Ábending: Færið punkt A til að kanna hvort hann sé örugglega tengdur grafi fallsins |
| 3 |  Búið til snertil t við fallið f í gegnum punktinn A . Ábending: Sláið inn skipunina snertill[$x(A), f(x)$] |
| 4 | Finnið halla snertilsins t með: halli = Halli[t]. |
| 5 | Skilgreinið punkt S : $S = (x(A), halli)$. Ábending: $x(A)$ gefur x-hnit punktsins A . |
| 6 |  Tengjið A and S með línustriki. |

Aftur í skóla...

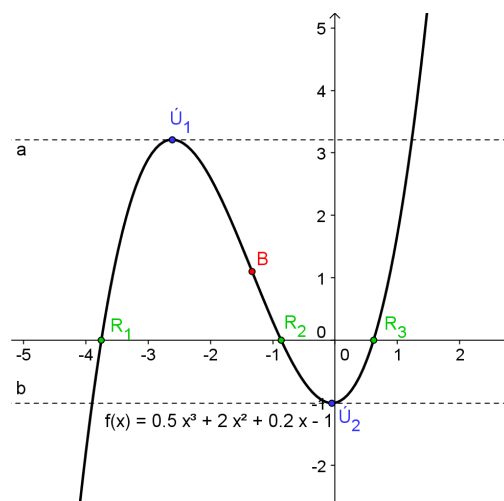
- Færið punktinn A eftir grafinu og giskið á hvernig ferill punktsins S lítur út.
- Sýnið slóð punktsins S . Færið punktinn A til að kanna tilgátuna.
 Ábending: Hægri smelltu á punktinn S (MacOS: *Ctrl-smella*) og veldu  *slóð sýnd*.
- Finndu jöfnu hallafallsins. Sláið inn jöfnuna og færið punkt A . Ef jafnan er rétt, samsvarar slóð punktsins S , grafi jöfnunnar.
- Breytið jöfnu upphaflegu margliðunnar til að búa til nýtt verkefni..



5. Könnun margliða


Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebra skrá.
- Sýnið – *Algebrugluggi og myndagluggi* (Valmyndin Sýn)





Smíðuferli


| | |
|---|--|
| 1 | Sláið inn þriðja stigs margliðuna $f(x) = 0.5x^3 + 2x^2 + 0.2x - 1$. |
| 2 | Finnið rætur margliðunnar $f: \mathbb{R} = \text{Rót}[f]$ <u>Ábending:</u> Ef ræturnar eru fleiri en ein, býr GeoGebra til tölusett nöfn á þær, til dæmis R_1, R_2, R_3 . |
| 3 | Finnið útgildi margliðunnar $f \text{ } \dot{U} = \text{Útgildi}[f]$. |
| 4 |  Búið til snertla við f í \dot{U}_1 og \dot{U}_2 |
| 5 | Finnið beygjuskilapunkt margliðunnar f $B = \text{Beygjuskil}[f]$ |



Ábending: Það gæti verið gott að breyta eiginleikum hluta (til dæmis lit punkta, gerð snertla, sýna nafn og gildi fallsins).

6. Að flytja út myndir yfir á klemmuspjald

Hægt er að flytja teikniborð GeoGebra út sem mynd á klemmuspjald. Það er því auðvelt að setja slíkar myndir inn í textaskjal eða glærुकynningu, og búa þannig til myndir fyrir próf, glósur eða leiki.

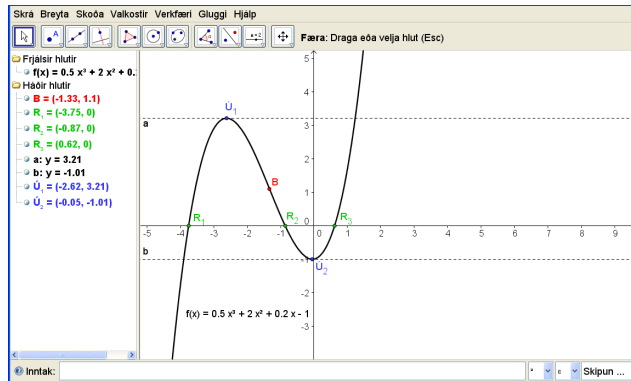
GeoGebra flytur allan myndagluggann á klemmuspjaldið. Það gæti því borgað sig að minnka GeoGebra gluggann til að minnka ónotað pláss á teikniborðinu:

- Færið myndina (eða það sem á að sjást) í vinstra hornið uppi í myndaglugganum með því að nota  *Hreyfa teikniborð* verkfærið (sjá mynd vinstra megin hér að neðan).

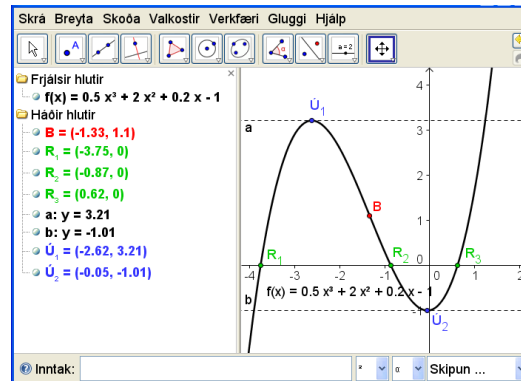
Ábending: Gott er að nota  *Þysja inn* og  *Þysja út* verkfærin til að undirbúa myndina til útflutnings.

- Minnkið gluggann með því að draga til hægra horn að neðan (sjá mynd hægra megin hér á eftir).

Ábending: Bendillinn breytir um lögun við brúnir og horn GeoGebrugluggans.



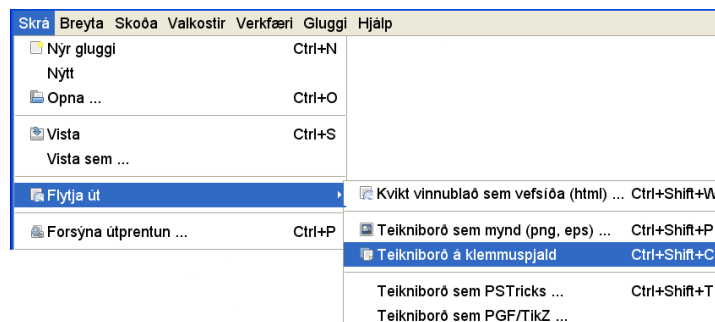
GeoGebrugluggi fyrir minnkun



GeoGebrugluggi eftir minnkun

Notið *Skrá* til að flytja teikniborðið á klemmuspjald:

- *Flytja út – Teikniborð á klemmuspjald*
Ábending: Einnig er hægt að nota flýtihnappana *Ctrl – Shift – C*.
- Núna er teikningin geymd á klemmuspjaldi tölvunnar og hægt að líma hana inn í hvaða glæru- eða textaskjal sem er.



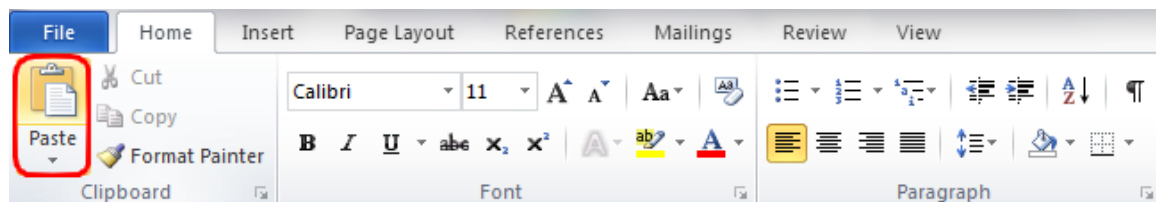


7. Að afrita myndir yfir í ritvinnsluforrit

Myndum skeytt inn í MS Word af klemmuspjaldi

Eftir að hafa flutt mynd úr GeoGebru á klemmuspjald tölvunnar, er hægt að líma hana í textaskjal (til dæmis MS Word).

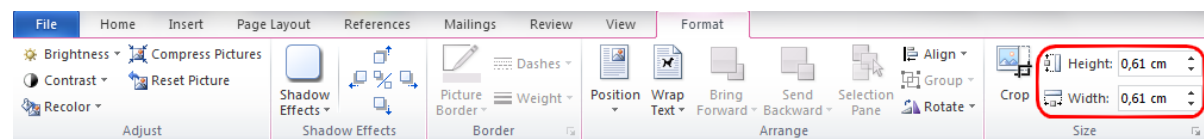
- Opnið textaskjal
- Veljið *Edit*, þá *Paste*. Myndin birtist þar sem bendillinn er. Ábending: Eða nota flýtihnappana *Ctrl – V* í staðinn (MacOs – *Cmd-V*)



Mynd minnkuð

Ef nauðsyn krefur er hægt að smækka myndina í Ms Word:

- Tvísmelltu á myndina sem var límd inn
- Breytið svo breidd eða hæð myndarinnar eins og sýnt er á myndinni hér fyrir neðan..

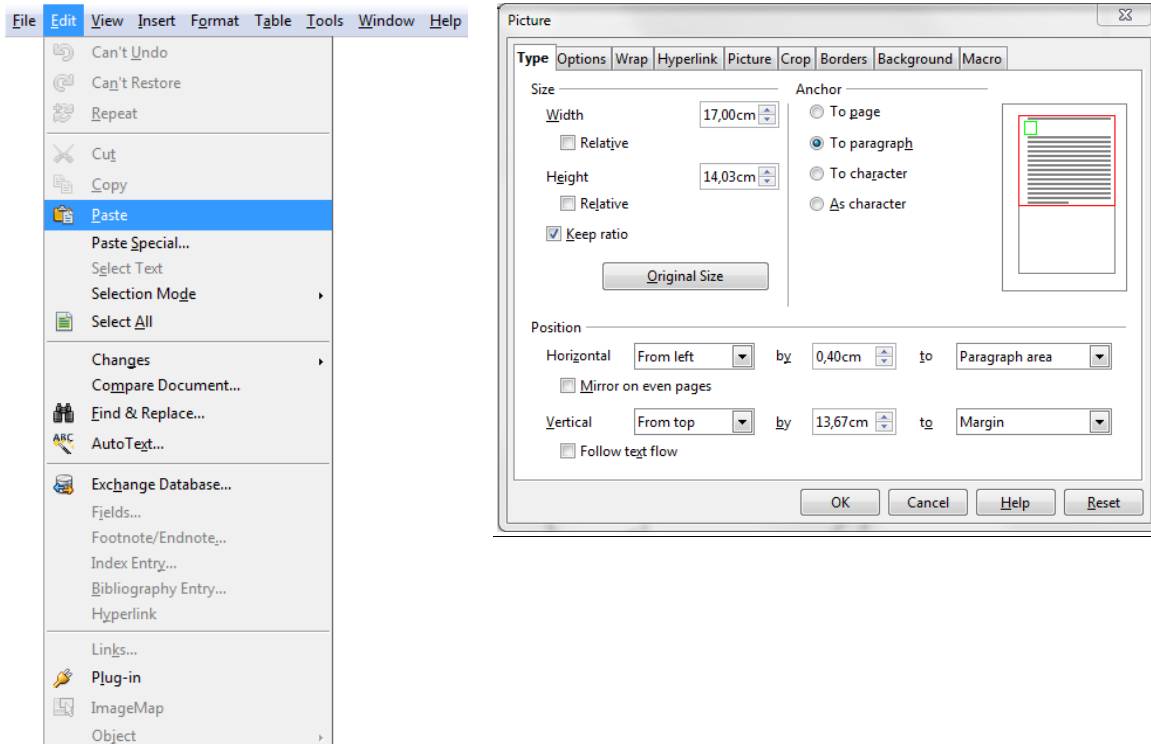


Athugasemdir: Ef stærð myndarinnar er breytt, breytist mælikvarðinn. Ef hann á að vera óbreyttur, verið þá viss um að stærð myndarinnar sé 100%.

Ef mynd er of stór til að passa á eina blaðsíðu, minnkar MS Word hana sjálfkrafa og breytir við það mælikvarðanum.

Myndir færðar af klemmuspjaldi yfir í OO Writer (open office)

- Opnið nýja textaskrá
- Farið í *Edit* valmyndina og veljið *Paste* eða notið flýtilyklana *Ctrl – V* (MacOS: *Cmd – V*).



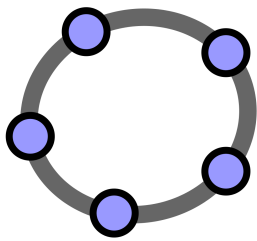
Mynd minnkuð í OO Writer

- Tvísmelltu á myndina sem var límd inn.
- Veljið *Type* flipann í glugganum sem birtist.
- Breytið Breidd eða hæð myndarinnar (Width eða Height).
- Smellið á *OK*.

8. Áskorun: Gerð námsefnis

Veljið stærðfræðilegt viðfangsefni að eigin vali og búðu til verkefni, glósur eða krossapróf fyrir nemendur ykkar.

- Búið til mynd í GeoGebra og flytjið hana yfir á klemmuspjald.
- Afritið myndina yfir í ritvinnsluforrit.
- Bætið við skýringum, umhugsunarefnum eða verkefnum fyrir nemendur.



Innsetning mynda á teikniborðið og ýmsar rúmfræðilegar varpanir.

GeoGebra Verkefnapakki 4

www.geogebra.org

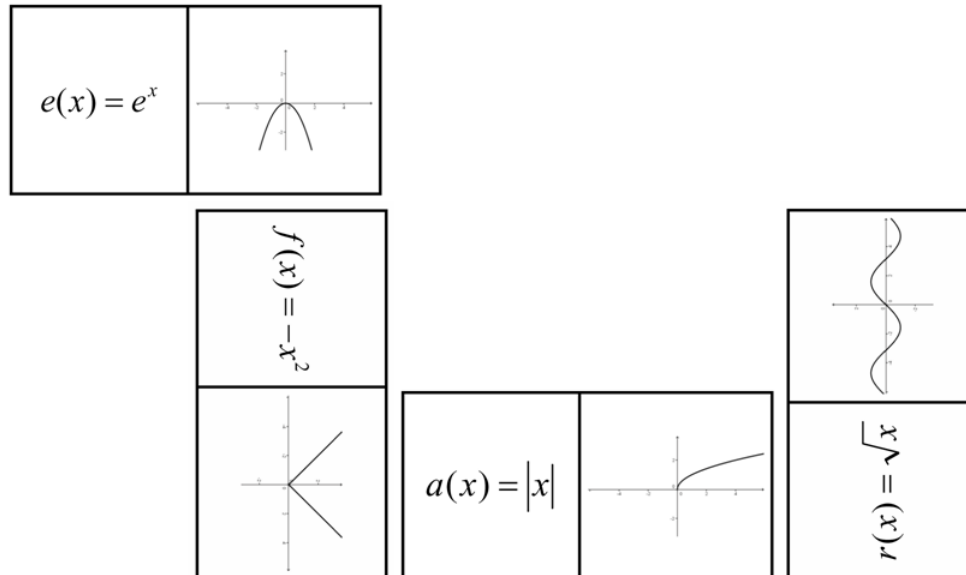
Efnisyfirlit

| | |
|---|-----------|
| Að búa til “Falladómínó” | 48 |
| Minnisspil með flatarmyndum..... | 49 |
| Samhverfa skoðuð með GeoGebru | 51 |
| Stærðarbreyting, Speglnun og bjögun myndar..... | 53 |
| Snúningur marghyrnings | 57 |
| Áskorun: Flísalagning með reglulegum marghyrningum | 59 |



1. Að búa til “Falladómínó”

Þetta verkefni þjálfar útflutning fallmynda á klemmuspjald og að líma þær inn í textaskjal. Það er gert með því að búa til spjöld fyrir „falla-dómínó“. Verið viss um að geta slegið inn mismunandi föll áður en þið byrjið.



Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebra skrá.
- Sýnið – *Algebru og myndaglugga* (Valmyndin Sýn)

Smíðuferli

| | |
|---|--|
| 1 | Sláið inn eitthvað fall. <u>Dæmi:</u> $e(x) = \exp(x)$. |
| 2 | ↕ Færið fallmyndina í vinstra horn uppi á teikniborði og stillið stærð GeoGebrugluggans. |
| 3 | Smækkið myndina á GeoGebra glugganum svo hann sýni eingöngu þann hluta Teikniborðis sem stendur til að nota. |
| 4 | Flytjið teikniborðið yfir á klemmuspjald. <u>Ábending:</u> <i>Skrá – Flytja út – Teikniborð á klemmuspjald.</i> |



Þáttur MS Word í ferlinu

| | |
|----|--|
| 1 | Opnið nýtt ritvinnsluskjal (t.d. MS Word). |
| 2 | Búið til töflu (<i>Table – Insert – Table...</i>) með tveim dálkum og nokkrum röðum. |
| 3 | Ljómið alla töfluna (alla reiti) and farið í <i>Table Properties</i> . <u>Ábending</u> : Hægri smellið til að fá fram – <i>Table Properties...</i> |
| 4 | Smellið á flipann sem merktur er <i>Row</i> og stillið hæð raðarinnar á 2 tommur. |
| 5 | Smellið á flipann sem merktur er <i>Column</i> og stillið breidd raðarinnar á 2 tommur. |
| 6 | Smellið á flipann <i>Cell</i> og stillið <i>vertical alignment</i> á <i>Center</i> . |
| 7 | Smellið á <i>OK</i> takkann. |
| 8 | Staðsetjið bendilinn í einum reit töflunnar. Límið fallmyndina í reitinn (<i>Edit – Paste</i> eða flýtihnappar <i>Ctrl – V</i>). |
| 9 | Lagið stærð myndarinnar ef þarf (tvísmellið á myndina til að opna valmyndina <i>Format picture - Size</i>) og setjið lengri hliðina sem getur verið breidd eða hæð yfir í 1.9 tommur. |
| 10 | Sláið inn jöfnu annars falls í reitinn við hliðina á fallmyndinni. <u>Ábending</u> : Það gæti verið kostur að nota <i>equation editor</i> . |

Endurtakið allt ferlið með mismunandi föllum (til dæmis hornaföllum, lograföllum...).

Ábending: Passið að fall og graf þess séu ekki á sama spjaldi.

2. Minnisþil með flatarmyndum

Þetta verkefni þjálfar útflutning fallmynda á klemmuspjald og að líma þær inn í textaskjal. Þannig er búið til minnisþil með flatarmyndum. Verið viss um að geta teiknað flatarmyndirnar sem til þarf (til dæmis þríhyrninga, ferhyrninga) áður en þið byrjið.

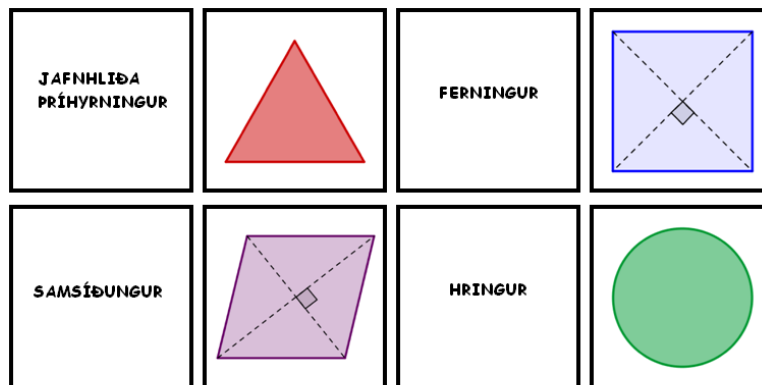
Undirbúningur

- Opnið nýja Geogebrauskra.
- Sýnið – *Rúmfræði* (Valmyndin Sýn)



Smíðuferli í GeoGebru.

| | |
|---|--|
| 1 | Búið til flatarmynd í GeoGebru (til dæmis jafnarma þríhyrning). |
| 2 | Notið eiginleikar hlutar til þess að bæta útlit myndarinnar. |
| 3 | Færið rúmmyndina í vinstra horn uppi á teikniborði og stillið stærð GeoGebrugluggans. |
| 4 | Flytjið teikniborðið á klemmuspjald (<i>Skrá – Flytja út – Teikniborð á klemmuspjald</i>). |



Þáttur MS Word í ferlinu

| | |
|---|--|
| 1 | Opnið nýja ritvinnsluskrá (t.d. í MS Word). |
| 2 | Búið til töflu með tveimur dálkum og nokkrum röðum Ábending: Menu <i>Insert – Table...</i> |
| 3 | Ljómið alla töfluna og farið í <i>Table Properties</i> Ábending: Hægri smellið – <i>Table Properties...</i> |
| 4 | Smellið á flipann sem merktur er <i>Row</i> og stillið hæð raðarinnar á 2 tommur. |
| 5 | Smellið á flipann sem merktur er <i>Column</i> og stillið breidd dálksins á 2 tommur. |
| 6 | Smellið á flipann <i>Cell</i> og stillið vertical alignment á <i>Center</i> . |
| 7 | Smellið á OK hnappinn. |
| 8 | Staðsetjið bendilinn í einum reit töflunnar. Límið rúmmyndina í reitinn þ.e. <i>Edit – Paste</i> eða <i>flytihnappar Ctrl – V</i> (MacOs: <i>Cmd-V</i>) |



9 Lagið stærð myndarinnar ef þarf (tvísmellið á myndina til að opna valmyndina *Format picture - Size*) og setjið lengri hliðina sem getur verið breidd eða hæð yfir í 1.9 tommur.

10 Sláið inn nafn rúmmyndarinnar í annan reit töflunnar.

Endurtakið ferlið með mismunandi rúmmyndum (til dæmis hring, þríhyrningi, ferhyrningi o.s.fr.v.) og færið myndirnar inn í ritvinnsluforritið til að búa til annað minnispil.

Ábending: Sniðugt er að setja nöfn og útlits sérhvers forms á eitt spjaldanna.

3. Samhverfa skoðuð með GeoGebru


Aftur í skóla...

Opnið kvika vinnublaðið [Samhverfuteikning.html](#). Fylgið leiðbeiningum á vinnublaðinu og kynnið ykkur hvernig nemendur gætu rannsakað samhverfuása blóma.

Ábending: Seinna er kennt að búa til kvik vinnublöð.

Samhverfuásar

Hér fyrir neðan sjáðu þú punktinn **A** sem er speglaður um línuna. Þá verður til spegilmyndin **A'**.



1. Dragið punkt **A** með músinni eftir útlínu blómsins. Eftir hverju tákðu þið? Skrifðu niður **uppgötvanir** ykkar.
2. Hversu marga **samhverfuása** hefur þetta blóm?
Ábending: Dragið til **grænu punktana** til að **breyta staðsetningu** spegillínunnar. Endurtakið svo skref (1) fyrir hverja nýja staðsetningu.
Ábending: Ýtið á **Ctrl + F** samtímis til að **eyða slóðinni**.
3. **Rísið** upp þetta vinnublað, með blóminu og samhverfuásunum sem þið funduð.

Umræður

- Hvernig gætu nemendur haft gagn af þessu tilbúna vinnublaði?
- Hvaða verkfæri voru notuð til að búa það til?

Undirbúningur

- Verið viss um að myndin [Blom.jpg](#) sé vistuð á tölvunni.
- Opnið nýja Geogebuskrá.
- Sýnið – *Rúmfræði* (Valmyndin Sýn)



Kynning á nýjum verkfærum

| | | |
|--|---|-------|
| | Sýna/ fela merki | Nýtt! |
| | Spegla hlut í línu Ábending: Smelltu á hlutinn sem á að spegla og síðan á speglunarlínuna. | Nýtt! |

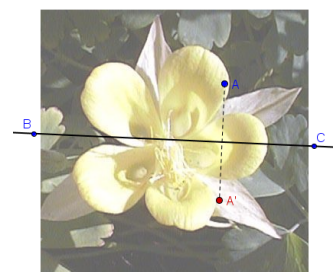
Ábending: Ef þið eruð óörugg um það hvernig á að nota verkfærin, notið þá stíkuhjálpinu. Prófið verkfærin áður en þið hefjið smíðina.

Smíðuferli

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Búið til nýjan punkt <i>A</i> . |
| 2 | | Sýnið merki punkts <i>A</i> |
| 3 | | Búið til speglunarásinn, línu gegnum tvo punkta |
| 4 | | Speglið punktinn <i>A</i> um línuna til að fá <i>A'</i> |
| 5 | | Gerið línustrik milli punkts <i>A</i> og spegilmyndar hans, <i>A'</i> |
| 6 | | Kveikið á <i>Slóð sýnd</i> fyrir punkta <i>A</i> og <i>A'</i> Ábending: Hægrismellið (MacOS: <i>Ctrl</i> – smella) á punktinn og veljið <i>Slóð sýnd</i> . Þegar punktur <i>A</i> hreyfist, skilur hann eftir sig slóð á teikniborðinu. |
| 7 | | Hreyfið punkt <i>A</i> til að búa til kvika mynd. |
| 8 | | Setjið myndina <i>Blóm.jpg</i> yfir á teikniborðið. Ábending: Smellið einhvers staðar í neðra horn vinstra megin á teikniborði til að setja myndina þar. |
| 9 | | Lagið staðsetningu myndarinnar. |
| 10 | | Gerið myndina að bakgrunni (<i>Eiginleikar - Grunneiginleikar</i>). |
| 11 | | Minnkið <i>fyllingu</i> myndarinnar (<i>Eiginleikar - Hönnun</i>). Ábending: Þegar myndin hefur verið skilgreind sem bakgrunnur, þarf að nálgast <i>Eiginleika</i> hennar í gegnum <i>Breyta</i> . Bakgrunnsmyndir er ekki hægt að velja í myndaglugga. |

Ábendingar: Stillingin *Sýna Slóð* hefur sérstaka eiginleika

- Slóðin er tímabundið fyrirbæri. Í hvert skipti sem mynd er uppfærð þá hverfur slóðin.





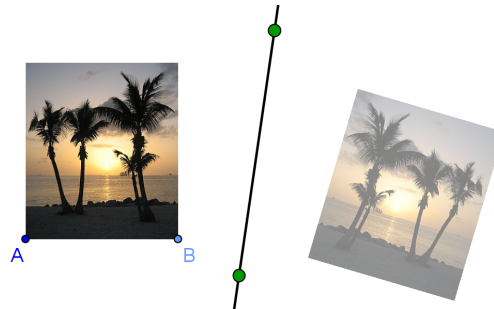
- Ekki er hægt að vista slóðina og hún kemur ekki fram í *Algebruglugganum*.
- Til að eyða út slóðinni veljið þá *Skóða-Nýglæða myndaglugga* eða smella á *Ctrl – F* hnappana (MacOS: *Cmd – F*).

4. Stærðarbreyting, Spegulun og bjögun myndar.

Í þessu verkefni er kennt að beita vörpunum á myndir og breyta stærðum þeirra.

Undirbúningur

- Gangið úr skugg um að myndin [Solsetur Palmatre.jpg](#) sé örugglega vistuð á tölvunni.
- Opnið nýja GeoGebru skrá.
- Veljið *Sýn-Rúmfræði* og sýnið inntaksreit



Stærð breytt og mynd spegluð - ferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Setjið myndina Solsetur Palmatre.jpg vinstra megin á teikniborðið. |
| 2 | | Búið til nýjan punkt A á neðra hornið vinstra megin á myndinni. |
| 3 | | Gerið punktinn A að fyrsta hornpunkti myndarinnar. <u>Ábending:</u> Opnið <i>Eiginleika</i> og veljið myndina. Smellið á <i>Staða</i> og veljið punkt A í flettilistanum við hlið <i>Hornpunktur 1</i> . |
| 4 | | Búið til nýjan punkt B með skipuninni $B = A + (3, 0)$. |
| 5 | | Setjið punkt B sem hornpunkt 2 á myndinni. <u>Ábending:</u> Breidd myndarinnar er nú 3 cm. |
| 6 | | Búið til línu gegnum tvo punkta á miðju teikniborðinu. |
| 7 | | Speglaðu myndina um línuna. <u>Ábending:</u> Það gæti borgað sig að minnka fyllingu spegilmyndarinnar til að greina hana betur frá frummyndinni. |



Aftur í skóla...

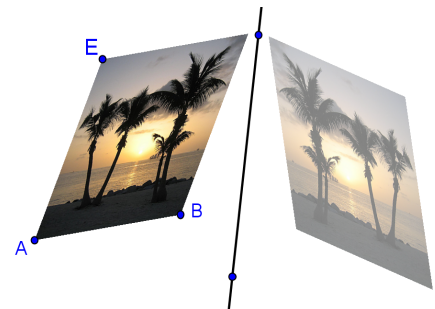
- Færið punkt A með músinni. Hvaða áhrif hefur það á myndina?
- Færið myndina með músinni og takið eftir hvaða áhrif það hefur á spegilmyndina.
- Færið speglunarlínuna með því að draga til punktana með músinni. Hvaða áhrif hefur þetta á spegilmyndina?

Mynd bjöguð – ferli

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Byrjið með myndsmíðina úr síðasta verkefni.. |
| 2 | | Eyðið punkti B. Það breytir myndinni aftur í upprunalega stærð. |
| 3 | | Búið til nýjan punkt B í neðra horni hægra megin á upprunalegu myndinni. |
| 4 | | Gerðið B að hornpunkti 2 á myndinni. <u>Ábending:</u> Nú er hægt að breyta stærð myndarinnar með því að færa punkt B. |
| 5 | | Búið til nýjan punkt E í efra horni vinstra megin á frummyndinni. <u>Ábending:</u> GeoGebra býr yfir eiginleika til “skyndilegrar nafnabreytingar”. Virkjið færa verkfærið og veljið einhvern hlut. Um leið og þið byrjið að slá inn nýtt nafn hlutarins, þá opnast sjálfkrafa sérstakur gluggi til þess. |
| 6 | | Gerðið E að 4. hornpunkti myndarinnar. |

Aftur í skóla...

- Hvaða áhrif hefur færsla D á myndina og spegilmyndina?
- Hvaða lögun geta myndirnar tekið?



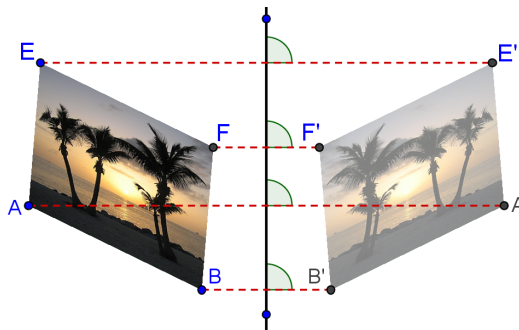


Eiginleikar speglunar kannaðir

Í þessu verkefni er búin til kvik mynd sem hjálpar nemendum að kanna eiginleika speglunar.

Undirbúningur

Myndinni úr síðasta verkefni verður breytt. Til að eiga hana óbreytta, er best að vista áður en lengra er haldið.



Smíðuferli

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Byrjið með bjöguðu myndina úr síðasta verkefni. |
| 2 | | Búið til línustrik milli punktanna A og B . |
| 3 | | Búið til línustrik milli punktanna A og E . |
| 4 | | Búið til línu samsíða AB gegnum punkt E . |
| 5 | | Búið til línu samsíða AE gegnum punkt B . |
| 6 | | Myndið punkt F sem er skurðpunktur línanna. |
| 7 | | Felið hjálparhluti. |
| 8 | | Speglið hornpunktana A , B , E og F um línuna til þess að fá samvarandi hornpunkta A' , B' , E' and F' . |
| 9 | | Tengið samsvarandi punkta með línustrikum (til dæmis punkta A og A'). |
| 10 | | Finnið hornastærð milli speglunarárss og allra línustrikanna. |

Aftur í skóla ...

(a) Færið til hornpunktana A , B , E and F á upprunalegu myndinni. Er hægt að færa alla punktana með músinni. Ef ekki, hverja er ekki hægt að draga og hvers vegna?



(b) Færið speglunarlínuna til. Hvernig eru hornin milli línustrikanna og speglunarlínunnar?






(c) Hvað er hægt að kalla speglunarlínuna í samhengi við línustrikin?

Hliðrun mynda

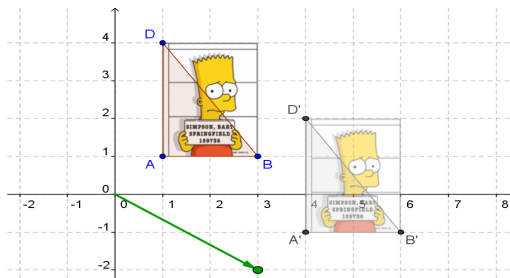
Í þessu verkefni verða notuð verkfærin og skipanirnar hér fyrir neðan. Gangið úr skugga um að þið kunið að nota þau áður en þið byrjið myndsmíðina.:

| | |
|---|--------------------------------|
|  | Setja inn mynd $A = (1, 1)$ |
|  | Marghyrningur Vigur[O, P] |



| | | |
|---|----------------------------|--------------|
|  | Vigur milli tveggja punkta | Nýtt! |
|  | Hliðra hlut með vigri | Nýtt! |
|  | Færa | |
| ABC | Setja in texta | |

Undirbúningur

- Gangið úr skugga um að myndin [Bart.png](#) sé vistuð í tölvunni.
- Opnið nýja GeoGebru skrá. Sýnið algebrugluggann, inntaksreit, ása og grind.
- Setjið föngun punkts á (grind) í *Valkostum*.




Kynning á nýjum verkfærum








| | |
|---|---|
|  | Vigur milli tveggja punkta Nýtt! Ábending: Smellið á tvo staði með músinni. Fyrst til að ákvarða upphafspunkt og svo til að ákvarða endapunkt vigursins. |
|  | Hliðra hlut um vigur Nýtt! Ábending: Smellið á hlutinn sem á að færa og svo vigurinn sem flytja á eftir. |

Ábending: Verið viss um að þið kunið að nota þetta verkfæri áður en þið hefjið myndsmíðina. Notið stikuhjálpinu ef þið kunið ekki að nota það.

Smíðuferli


| | |
|---|--|
| 1 |  Setjið myndina Bart.png inn í fyrsta fjórðung. |
| 2 | Búið til punkta $A = (1, 1)$, $B = (3, 1)$, og $D = (1, 4)$. |




| | |
|----|--|
| 3 | Veljið punkt A sem fyrsta, B sem annan og D sem fjórða hornpunkt myndarinnar <u>Ábending:</u> (<i>Eiginleikar - Staða</i>). |
| 4 |  Búið til þríhyrninginn ABD . |
| 5 | Búið til punktana $O = (0, 0)$ og $P = (3, -2)$. |
| 6 | Búið til vigurinn $u = \text{Vigur}[O, P]$.  <u>Ábending:</u> Þið gætið notað verkfærið  <i>Vigur milli tveggja punkta</i> . |
| 7 |  Hliðrið myndinni með vigrinum u . <u>Ábending:</u> Þið gætuð minnkað fyllingu myndarinnar. |
| 8 |  Hliðrið hornpunktunum þremur, A , B , og D með vigrinum u . |
| 9 |  Búið til þríhyrninginn $A'B'D'$. |
| 10 |  Felið punkt O svo hann verði ekki færður óvart. |
| 11 | Breytið litum and stærðum hlutanna til að bæta myndsmíðina. |

5. Snúningur marghyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebru skrá.
- Veljið *Sýn – Rúmfræði* og sýnið ása (*skoða valmyndin* eða .
- Opnið valmynd fyrir teikniborð og svo *Teikniborð*:
 - Flipi *Ásar –xÁs* breyta *Fjarlægð* í 1
 - Flipi *Ásar –yÁs* breyta *Fjarlægð* í 1









Kynning á nýju verkfæri.

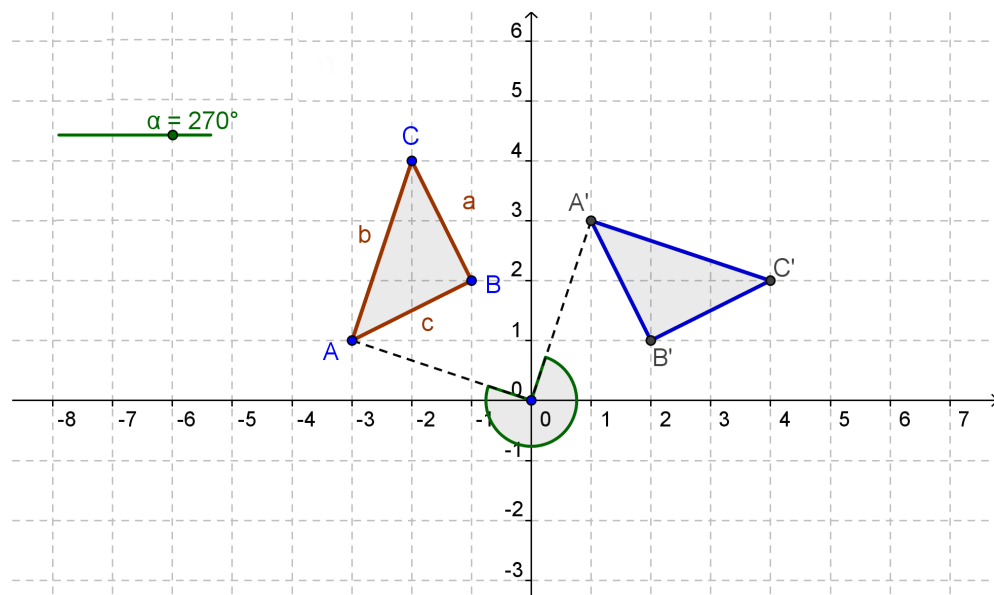
| | | |
|---|---|--------------|
|  | Snúa hlut um punkt um horn <u>Ábending:</u> Smellið á hlut sem á að snúa, snúningspunkt sláðu inn stærð hornsins í gluggan sem kemur síðan upp. | Nýtt! |
|---|---|--------------|

Ábendingar: Notið stikuhjálpinu ef þið kunið ekki á nota verkfærið. Prófið verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.



Smíðuferli

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Búið til einhvern þríhyrning ABC í öðrum fjórðungi hnitakerfisins. |
| 2 |  | Nýr punktur D í upphafspunkti hnitakerfisins |
| 3 |  | Endurnefnið punktinn O . <u>Ábending:</u> GeoGebra býður uppá að „hraðendurnefna“. Virkjið <i>Færa</i> og veljið hlutinn. Um leið og innsláttur hefst, opnast <i>Endurnefna</i> gluggi. |
| 4 |  | Búið til rennistiku fyrir hornið α <u>Ábending:</u> Hakið við <i>Horn</i> í valmyndinni og stillið <i>Stighækkun</i> á 90° .. |
| 5 |  | Snúið þríhyrningi ABC um punktinn O um hornið α <u>Ábending:</u> Hakið við <i>rangsælis</i> snúning.. |
| 6 |  | Búið til línustrikin AO and $A'O$. |
| 7 |  | Búið til hornið AOA' . <u>Ábending:</u> Veljið punktana <i>rangsælis</i> . Felið merki þessa horns. |
| 8 |  | Færið rennistiku og skoðið myndir þríhyrningsins. |

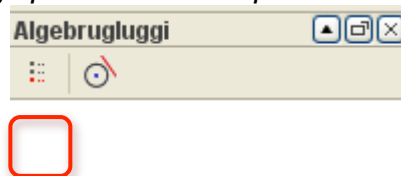




Smíðin endurbætt

Nú lærum við hvernig við getum “tekið til” í algebruglugganum, með því að skilgreina suma of hlutunum sem *hjálpahluti* og fela þá í algebruglugganum.

- Sýnið *Algebrugluggann*
Ábending: valmyndin *Skoða – Algebrugluggi*
- Opnið eiginleika hlutar.
Ábending: valmyndin *Breyta – Eiginleikar hlutar*.
- Veljið öll línustrikin og hakið við *Hjálpahlutur* undir flípanum grunneiginleikar.
Ábending: Smellið á fyrirsögnina *Línustrik* í algebruglugganum til að velja öll strikin í einu.
- Endurtaktu ferlið fyrir þríhyrningana, hornin og upphafspunktinn O .
Ábending: Núna inniheldur algebruglugginn eingöngu punktana A , B og C ásamt samsvarandi punktum þeirra A' , B' og C' .
- Nú getum við hvort heldur sem er sýnt eða falið *Hjálpahlutina með því að* kalla fram *Hjálpahluta* hnappinn í *Algebruglugganum* með því að tvísmella efst á stikuna þar sem stendur algebrugluggi.



Athugið: Nemendur geta nú notað algebrugluggann til að sjá hnit hornpunkta upphaflega þríhyrningsins og hvernig þeir breytast við snúninginn án þess að hjálpahlutirnir komi þar fram.

6. Áskorun: Flísalagning með reglulegum marghyrningum

Farið í möppuna [flísalagning](#) and opnið kvika vinnublaðið [01 tilings triangle.html](#). Þetta er fyrsti hluti raðar af 10 kvikum vinnublöðum, gerð í þeim tilgangi að nemendur kanni flísalögn með reglulegum marghyrningum.

Ábending: Notið tenglana “[previous](#) | [back](#)” efst í hægra horninu til þess að færa á milli mismunandi hluta þessa kvika vinnublaðs.

Aftur í skóla...

- Gerðu verkefnið á kviku vinnublöðunum í þessu námsefni. Skriðu niðurstöður ykkar niður og ræðið þær við félagið ykkar.
- Eftir að hafa rennt í gegnum þessu verkefni þá ættið þið að geta svarað þessum spurningum:



- Hvaða reglulega marghyrninga er hægt að nota til að þekja flöt?
- Hvaða rúmfræðilegu varpanir þurftið þið nota við þökunina?
- Hve margir margyrninganna hafa samlyggjandi hlið?

(c) Fyllið út töfluna. Sérð þú eitthvað mynstur? Reynið að finna formúlu fyrir marghyrning með n hliðar.

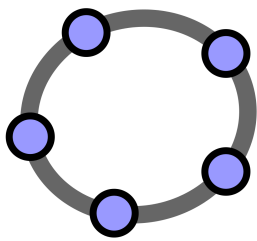
| Marghyrningur | | | hlutar | | Margyrningur |
|-------------------|----------------------------|-------------------------|--------------------|---------------|----------------------|
| Fjöldi hornpunkta | Þökun möguleg? yes / no | Fjöldi sem þarf í þökun | Miðhorn (topphorn) | Grunnlínuhorn | Innhorn marghyrnings |
| 3 | | | --- | --- | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | | | | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| N | | | | | |

(d) Setjið fram tilgátu um það hvers vegna er ekki hægt að þekja flöt með öllum marghyrningum.



Flísalögn með marghyrningum – lausn verkefnisins

| Marghyrningur | | | Hlutar | | Marghyrningur |
|-------------------|------------------------|-------------------------|---|---|--|
| Fjöldi hornpunkta | Þökun möguleg já / nei | Fjöldi sem þarf í þökun | Miðhorn (topphorn) | Grunnlínuhorn | Innhorn marghyrnings |
| 3 | Já | 6 | --- | --- | 60° |
| 4 | Já | 4 | $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ | $\frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$ | $2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$ |
| 5 | Nei | --- | $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ | $\frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$ | $2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$ |
| 6 | Já | 3 | $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ | $\frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$ | $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ |
| 7 | Nei | --- | $\frac{360^\circ}{7} \approx 51\frac{3}{7}^\circ$ | $\frac{180^\circ - 51\frac{3}{7}^\circ}{2} \approx 64\frac{2}{7}^\circ$ | $2 \cdot 64\frac{2}{7}^\circ = 128\frac{4}{7}^\circ$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| N | Ekki ef $n > 6$ | --- | $\frac{360^\circ}{n}$ | $\frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{n}}{2}$ | $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ |



Að setja inn fasta og kvika texta í teikniglugga GeoGebru.

GeoGebra verkefnapakki 5

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|---|----|
| Hnit speglaðra punkta..... | 63 |
| Að setja inn texta á teikniborðið..... | 63 |
| Myndræn lausn jöfnuhneppis | 65 |
| Hornasumma þríhyrnings..... | 67 |
| Hallaþríhyrningur búinn til | 68 |
| Kvikir textar sem innihalda brot hengdir við hluti..... | 70 |
| Mát 3 klukka | 71 |
| Áskorun: Myndræn framsetning á ferningsreglu..... | 73 |






1. Hnit speglaðra punkta

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebru skrá.
- Veljið *Sýn – Algebrugluggi og myndagluggi* og sýnið *Grind* (Valmyndin *Skoða*).
- Farið í valmyndina *Valkostir* og stillið *Föngun punkts á Fast á Grind*.

Smíðuferli

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Búið til punkt $A = (3, 1)$. |
| 2 | | Búum til línu $a: y = 0$. |
| 3 |  | Speglum punktinn A um línuna a og fáum fram punktinn A' . <u>Ábending:</u> Það gæti verið sniðugt að hafa línuna a og punktinn A' í sama lit. |
| 4 | | Búm til línuna $b: x = 0$. |
| 5 |  | Speglið punktinn A um línuna b og fáið fram punktinn A_1' . <u>Ábending:</u> Það gæti verið sniðugt að hafa línuna b og punktinn A_1' í sama lit. |

2. Að setja inn texta á teikniborðið.

Kynning á nýju verkfæri

| | |
|------------------------|--|
| Setja inn texta | Nýtt! |
| ABC | <u>Ábending:</u> Smelltu á <i>teikniborðið</i> þar sem þú villt að textinn verði. Sláðu textann inn í gluggan sem kemur fram og smellið svo á OK hnappinn. |

Ábending: Ef þið eruð óklár á því hvernig á að nota verkfærin, notið þá stíkuhjálpinu. Prófið verkfærin áður en þið hefið smíðina.

Að setja inn fastan texta

Setjið fyrirsögn inn á *Teikniborð GeoGebru* svo your nemendur ykkar viti hvað þessi kvika mynd gengur út á:

- Virkjið ^{ABC} *Setja in texta* verkfærið og smellið ofarlega á *.Teikniborðið*



- Sláðu eftirfarandi texta inn í gluggann:
Punkti speglað um ása hnitakerfisins
- Hægt er að breyta eiginleikum textans í *eiginleikum hlutar* (t.d. orðalagi, leturgerð, stærð leturs, stíl).
- Smellið á OK.
- Stillið staðsetningu textans með *Færa* verkfærinu.
- Undir flipanum *Grunneiginleikar* er hægt að festa textann svo hann færist ekki til óviljandi.

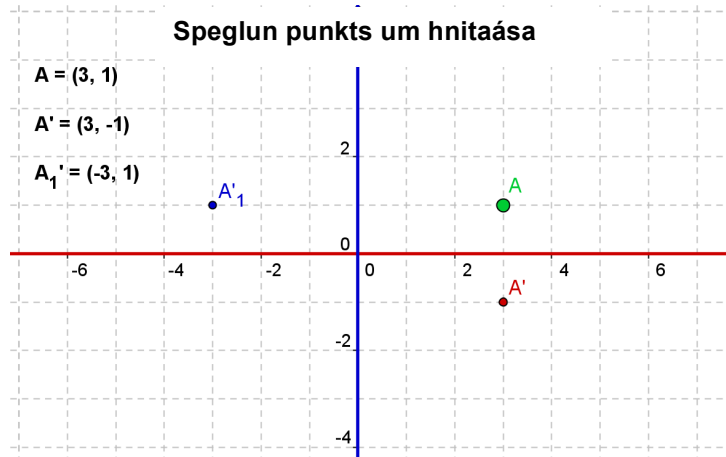
Að setja inn kvikan texta

Kvikur texti vísar til hluta sem þegar hafa verið skilgreindir, en hann lagar sig sjálfkrafa að breytingum á þeim, til dæmis breytast hnit punktsins $A = (3, 1)$ ef hann er færður til.

- Virkjið ^{ABC} *Setja inn texta* verkfærið og smellið á teikniborð.
- Sláið inn $A =$ í gluggann sem opnast:
Ábending: Þetta er fastur hluti textans og breytist ekki þótt A sé færður.
- Setjum kvikan hluta þessa texta inn með því að velja A úr valmyndinni *Hlutir* hægra megin í þessum glugga.
- Smellið á OK.

Að bæta kviku myndina

- Setjið inn kvikan texta sem sýnir hnit spegluðu punktanna A' og A_1' .
- Þysjið út til að sjá stærri hluta hnitakerfisins.
Ábending: Það gæti borgað sig að stilla bil milli hnitalínanna.
 - Opnið valmynd fyrir teikniborð (hægrismella / MacOS: Ctrl-smella á teikniborðið og velja *Teikniborð*).
 - Veljið flipann *Grind*
 - Hakið í reitinn við hlið *Fjarlægð* og breytið gildum í báðum textareitum í 1
- Lokið algebrugganum og festið alla texta svo þeir fari ekki á flakk.



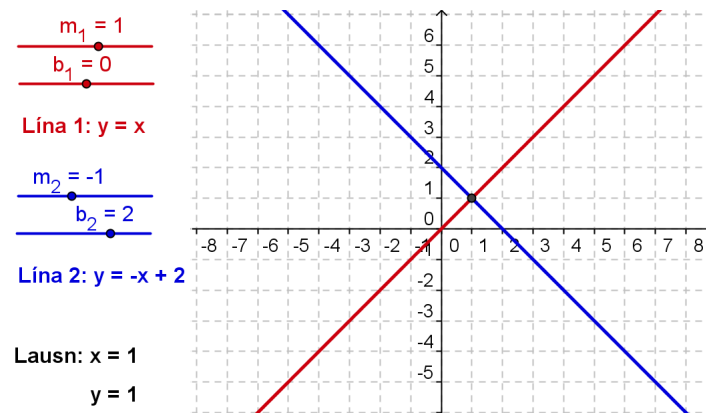
Viðfangsefni

Skriðu leiðbeiningar fyrir nemendur, sem hægt væri að dreifa með kviku myndinni. Þær ættu að hjálpa þeim að uppgötva hvernig hnit spegluðu punktanna tengjast hnitum upphaflega punktsins.

3. Myndræn lausn jöfnuhneppis

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebra skrá.
- Veljið *Sýn – Algebrugluggi og myndagluggi* og sýnið *Grind* (Valmyndin *Skoða*).





Smiðuferli

| | | |
|----|-----|--|
| 1 | | Búið til rennistikur m_1 og b_1 með sjálfgefnum stillingum. <u>Ábending:</u> m_1 er látið merkja m_1 . |
| 2 | | Búið til rennistiku b_1 með sjálfgefnum stillingum. |
| 3 | | Setjið inn línulegu jöfnuna $lína_1: y = m_1 x + b_1$. |
| 4 | | Búið til rennistiku m_2 með sjálfgefnum stillingum. |
| 5 | | Búið til rennistiku b_2 með sjálfgefnum stillingum. |
| 6 | | Setjið inn línulegu jöfnuna $lína_2: y = m_2 x + b_2$. |
| 7 | ABC | Setjið inn kvika textann <i>texti1</i> : Lína 1:og veljið $lína_1$ úr listanum <i>Hlutir</i> |
| 8 | ABC | Setjið inn kvika textann <i>texti1</i> : Lína 2:og veljið $lína_2$ úr listanum <i>Hlutir</i> |
| 9 | | Finnið A , skurðpunkt línanna $lína_1$ og $lína_2$, með verkfærinu <i>Skurðpunktur tveggja hluta</i> <u>Ábending:</u> Einnig er hægt að nota skipunina <i>Skurðpunktur [l_1, l_2]</i> . |
| 10 | | Skilgreinið $x_{hnit} = x(A)$. <u>Ábending:</u> Skipunin $x(A)$ gefur x -hnit <i>punktsins A</i> |
| 11 | | Skilgreinið $y_{hnit} = y(A)$. <u>Ábending:</u> Skipunin $y(A)$ gefur y -hnit <i>punktsins A</i> |
| 12 | ABC | Setjið inn kvika textann <i>texti3</i> : $x =$ og veljið x_{hnit} úr listanum <i>hlutir</i> |
| 13 | ABC | Setjið inn kvika textann <i>texti4</i> : $y =$ og veljið y_{hnit} úr listanum <i>hlutir</i> |
| 14 | | Fastsetjið texta og rennistikur svo þær fari ekki á flakk fyrir slysi. |

Áskorun

Búið til svipaða myndsmíð til að sjá myndræna lausn á 2. stigs margliðum.

Ábending: Föll eru sett inn með skipuninni $f(x) = \dots$



Athugasemd: Nota má kvika mynd af þessari gerð til myndrænnar framsetningar á jöfnu í einni breytistærð. Þetta er gert með því að slá inn hvora hlið jöfnunnar sem fall.

4. Hornasumma þríhyrnings

Í þessu verkefni verða notuð verkfærin hér fyrir neðan. Verið viss um að kunna að nota þau áður þið byrjið myndsmíðina:

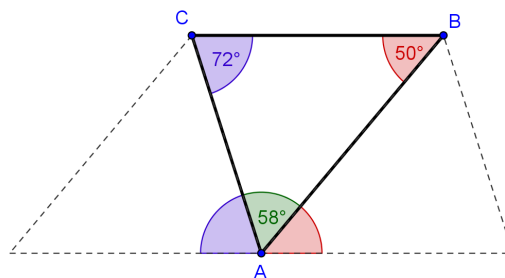
| | |
|--|---------------|
| | Marghyrningur |
| | Horn |
| | Rennistika |
| | Miðpunktur |

| | |
|--|----------------------------|
| | Snúa hlut um punkt um horn |
| | Færa |
| | Setja inn texta |

Undirbúningur

- Opnið nýtt GeoGebra skjal.
- Velið *Sýn – Rúmfræði*.
- Sýnið inntaksreit (*Skoða* valmyndin).
- Stillið fjölda aukastafa á 0 (*valmyndin Valkostir – Afrúna*).

| | | | |
|--|------------------------|---------------------|---------------------------------------|
| | $\delta = 180^\circ$ | $\alpha = 58^\circ$ | |
| | $\epsilon = 180^\circ$ | $\beta = 50^\circ$ | $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ |
| | | $\gamma = 72^\circ$ | |



Kynning á nýju verkfæri

| | | |
|--|----------------------|-------|
| | Miðja eða miðpunktur | Nýtt! |
|--|----------------------|-------|



Ábending: Notið stíkuhjálpinu ef þið kunnið ekki að nota verkfærið. Prófið verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.

Smíðuferli

| | | |
|----|-------|--|
| 1 | | Búið til þríhyrninginn ABC . Skilgreinið hornpunktana í rangssælis röð. |
| 2 | | Finnið horn þríhyrningsins ABC en þau eru α , β and γ . |
| 3 | | Búið til rennistikuna δ með stillingunum <i>horn</i> (gerð); 0° til 180° (bil); 10° (stighækkun). |
| 4 | | Búið til rennistikuna ε með stillingunum <i>horn</i> (gerð); 0° til 180° (bil); 10° (stighækkun). |
| 5 | | Gerið miðpunktana D á línustrikinu AC og E á línustrikinu AB . |
| 6 | | Snúið þríhyrningnum um punkt D um horn δ (stilling réttsælis). |
| 7 | | Snúið þríhyrningnum um punkt E um horn ε (stilling rangsælis). |
| 8 | | Færið til rennustikurnar δ and ε og setjið þær á 180° . |
| 9 | | Búið til hornið ζ með því að nota punktana $A'C'B'$. |
| 10 | | Búið til hornið η með því að nota punktana $C'B'A'$. |
| 11 | | Bætið myndsmíðina með <i>eiginleikum</i> . <u>Ábending:</u> Einslaga horn ættu að hafa sama lit. |
| 12 | ABC | Búið til kvikan texta sem sýnir innhornin og stærðir þeirra. (t.d.. $\alpha =$ og veljið α úr <i>Hlutum</i>). |
| 13 | | Finnið hornasummuna með því að slá inn $\text{hornasumma} = \alpha + \beta + \gamma$ |
| 14 | ABC | Setjið hornasummuna inn sem kvikan texta: $\alpha + \beta + \gamma =$ og veljið hornasumma úr <i>Hlutum</i> . |
| 15 | | Látið sambærileg horn vera samlit samsvarandi texta. Festið staðsetningar textanna svo þeir fari ekki óvart á flakk. |

5. Hallaþríhyrningur búinn til

Í þessu verkefni verða notuð verkfærin og skipanirnar hér fyrir neðan. Verið viss um að kunna að nota þau áður þið byrjið myndsmíðina.

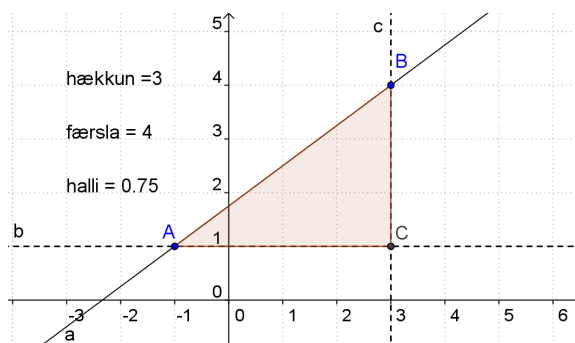


| | |
|------------------------|----------------------------|
| | Lína gegnum tvo punkta |
| | Hornrétt lína |
| | Skurðpunktur tveggja hluta |
| | Marghyrningur |
| $hækkun = y(B) - y(A)$ | |

| | |
|-----|---------------------------|
| | $færsla = x(B) - x(A)$ |
| | $halli = hækkun / færsla$ |
| ABC | Texti |
| | Miðja eða miðpunktur |
| | Færa |

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Algebrugluggi og myndagluggi* og sýnið *Grind* (Valmyndin *Skoða*).
- Stillið *föngun punkts á fast á grind*. (valmyndin *Valkostir-Föngun punkts*)
- Stillið merkingar á *Allir nýjir hlutir* (menu *Valkostir – Merkingar*).



Smíðuferli

| | | |
|---|----|--|
| 1 | | Búið til línu a gegnum punkta A og B. |
| 2 | | Gerið hornréttu línu b á y-ás gegnum punkt A. |
| 3 | | Gerið hornréttu línu c á x-ás gegnum punkt B. |
| 4 | | Finnið skurðpunkt línanna b og c til að fá punktinn C. <u>Ábending:</u> Það gæti borgað sig að fela hornréttu línurnar. |
| 5 | | Gerið þríhyrning ACB. |
| 6 | AA | Felið hliðar þríhyrningsins úr skrefi 6. |
| 7 | | Reiknið hækkunina: $hækkun = y(B) - y(A)$ |



| | | |
|----|-----|---|
| | | <u>Ábending</u> : $y(A)$ gefur y -hnit punkts A . |
| 8 | | Reiknið færsluna: $færsla = x(B) - x(A)$ <u>Ábending</u> : $x(B)$ gefur x -hnit hnitsins B . |
| 9 | ABC | Sláið inn kvika textann: $hækkun =$ og veljið <i>hækkun</i> úr listanum <i>Hlutir</i> |
| 10 | ABC | Sláið inn kvika textann: $færsla =$ og veljið <i>færsla</i> úr listanum <i>Hlutir</i> |
| 11 | | Finnu hallatöluna með því að slá inn: $halli = hækkun / færsla$. |
| 12 | ABC | Sláið inn kvika textann: $Hallatala =$ og veljið <i>halli</i> úr listanum <i>Hlutir</i> |
| 13 | | Bætið myndsmíðina með því að fara í eiginleika einstrakra hluta og festið textana svo þeir fari ekki óvart á flakk. |

6. Kvikir textar sem innihalda brot hengdir við hluti

Setjum inn kvikan texta með almennu broti

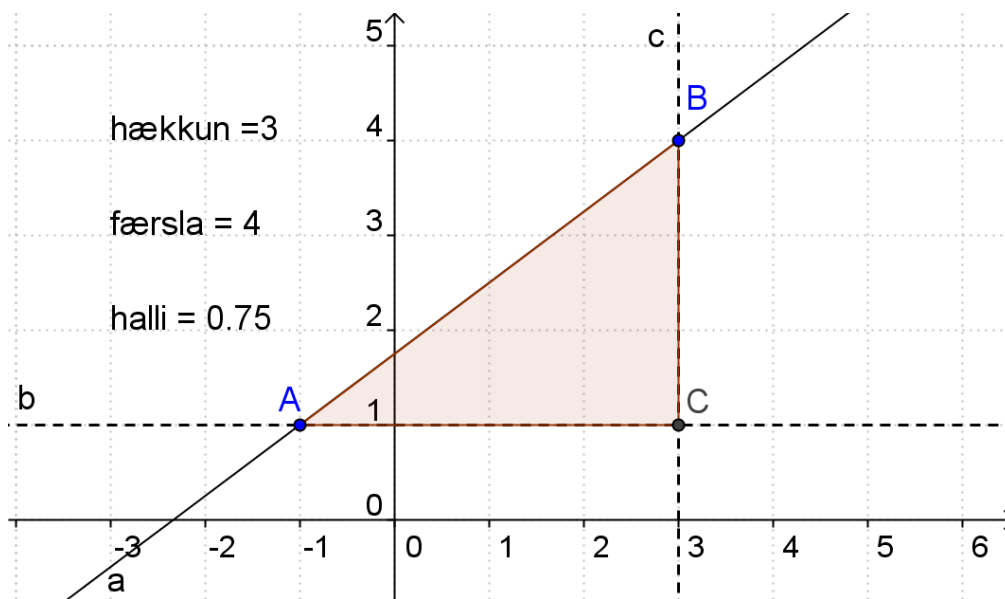
Með því að nota LaTeX formúlur er hægt að sýna almenn brot, ferningsrætur eða önnur stærðfræðiták. Bætum myndsmíðina með því setja inn brot sem sýnir hvernig við reiknum hallatölu línu.

1. Virkið ^{ABC} *Setja inn texta* verkfærið og smellið á teikniborðið.
2. Sláið inn $halli =$ í *Setja inn texta* gluggann.
3. Hakið við *LaTeX formúla* og veljið a/b úr fellilista.
4. Staðsetjið mús í fyrri slaufusviga og setjið *hækkun* úr listanum *Hlutir* í stað a .
5. Staðsetjið mús í seinni slaufusvigann og setjið *færsla* úr listanum *Hlutir* í stað b .
6. Smellið á *OK*.

Hengja texta við hlut

Þegar hlutur er færður til fylgir viðhengdur texti með. Nú skulum við bæta myndsmíðina með því að hengja texta við hliðar hallapríhyrnings.

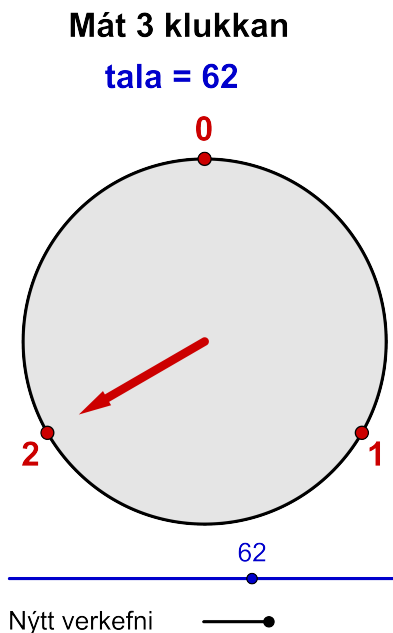
1. Búið til miðpunkt D á lóðrétta línustrikinu með \bullet *Miðja eða miðpunktur*.
2. Búið til miðpunkt E á lárétta línustrikið.
3. Opnið *Eiginleika* og veldu *texti1* ($hækkun = \dots$). Smellið á flipann *Staða* og veljið punkt D úr fellilistanum við hlið *Byrjunarpunkts*.
4. Veljið *texti2* ($færsla = \dots$) í *Eiginleikum* og veljið punkt E sem byrjunarpunkt.
5. Felið miðpunktana D og E .



7. Mát 3 klukkan

Þessi sérstaka klukka gerir ykkur mögulegt að finna afganginn (leifina) ef þið deilið í gefna tölu með 3. Á þessari kviku mynd, getið þið búið til tölu af handahófi á milli 0 og 100. Ef rennistakan er færð til, snýst vísirinn á klukkunni. Þegar gildi stikunnar stemmir við töluna sem á að deila í, þá bendir vísir klukkunar á afganginn eða leifina þegar deilt er í hana með þremur.

Opnið skrána mat_3_klukka.html til þess að prófa þessa sérstöku klukku.




Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebra skrá.
- Veljið *Sýn – Algebru og rúmfræðigluggi*.









Kynning á nýju verkfæri.

| | | |
|---|-----------------------------------|--------------|
|  | Hálflína gegnum tvo punkta | Nýtt! |
| <p>Ábending: Fyrri punkturinn sem smelt er á ákvarðar upphafspunkturinn, en hinn punkturinn er einhver punktur á hálflínunni.</p> | | |

Ábending: Notið stikuhjálpinu ef þið kunið ekki að nota verkfærið. Prófið nýja verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.

Smíðuferli

| | | |
|----|---|---|
| 1 | | Búið til punkta $A = (0, 0)$ og $B = (0, 1)$. |
| 2 |  | Búið til hring c með miðjuna A sem fer í gegnum punktinn B . |
| 3 |  | Þysjið inn <i>teikniborðið</i> . |
| 4 |  | Snúið punktinum B um 120° réttisælis um punktinn A til að fá punktinn B' . |
| 5 |  | Snúið punktinum B um 240° réttisælis um punktinn A til að fá punktinn B'_1 . |
| 6 | ABC | Búið til <i>texti1</i> 0, <i>texti2</i> 1 og <i>texti3</i> 2. <p>Ábending: það væri sniðugt að stækka letrið og gera textana feitletraða.</p> |
| 7 | | Hengið <i>texti1</i> við punkt B , <i>texti2</i> við punkt B' og <i>texti3</i> við punkt B'_1 (<i>Eiginleikar</i>). |
| 8 | ABC | Búið til <i>texti4</i> : Nýtt verkefni. |
| 9 |  | Búið til rennistiku a á bilinu 0 til 100 með <i>stighækkun</i> 1. |
| 10 | | Búið til slembitölu á bilinu 0 til 100: $tala = \text{floor}(100 * \text{random}()) + a - a$ <p>Athugið: Fallið $\text{random}()$ skilar slembitölu á milli 0 og 1. Sé þessi tala margföldið með 100 fæst tala á bilinu 0 til 100 Fallið $\text{floor}()$ skilar stærstu heiltölu minni eða jöfn tölunni sjálfri, og þannig fæst heil tala milli 0 og 100. Viðskeytið $+ a - a$ gerir það mögulegt að búa til nýtt verkefni þegar rennistikan er færð til.</p> |
| 11 | ABC | Búið til <i>texti5</i> : Tala = og veljið tala úr <i>Hlutum</i> . |
| 12 | ABC | Búið til <i>texti6</i> : Leifaklukka fyrir 3. |
| 13 |  | Búið til rennistikuna n á bilinu 0 til 100, með <i>stighækkun</i> 1 og <i>Breidd</i> 300 (undir flípanum <i>Rennistika</i>). |



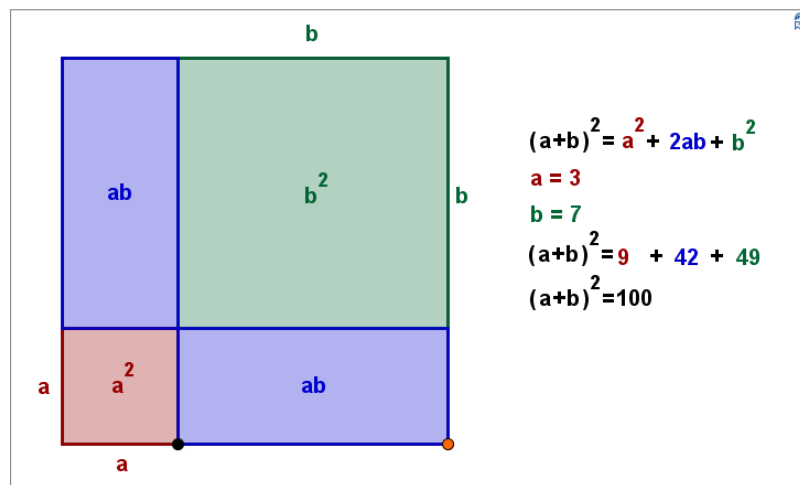
| | | |
|----|--|--|
| 14 | | Búið til hornið með fótþunkt í B og oddþunkt í A með gefnu stærðina $n \cdot 120^\circ$. |
| 15 | | Búið til hálfínu með upphafspunkt A í gegnum B'_1 . |
| 16 | | Búið til punkt $D = (0, 0.8)$. |
| 17 | | Búið til hring d með miðju A í gegnum punktinn D . |
| 18 | | Finnið skurðpunkt C á milli hringins d og háflínunnar. |
| 19 | | Felið háflínuna og hringinn d . |
| 20 | | Búið til vigur frá A til C . |
| 21 | | Breytið leturstærð GeoGebra gluggans yfir í 20 punkta. <u>Ábending:</u> Valmyndin <i>Valkostir</i> – stærð leturs |
| 22 | | Notið <i>eiginleika</i> til þess að bæta smíðina, festa texta og rennistikur svo þær fari ekki óvart á flakk. |

8. Áskorun: Myndræn framsetning á ferningsreglu

Skoðið kvika vinnublaðið tvilidureglan.html Þetta vinnublað er myndræn framsetning á ferningsreglunni $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ og inniheldur kvikan texta sem tekur mið af breytingum á a og b . Endurskapið myndsmíðina sem sýnd er í kvika vinnublaðinu.

Tvíliðureglan

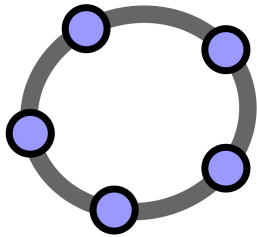
Dragið **svarta** punktinn til þess að breyta gildum á a og b .
Dragið **appelsínugula** punktinn til þess að breyta stærð ferningsins.





Ábendingar:

- Stillið föngun punkts á fast á grind (valmyndin *Valkostir*)
- Notið fastan texta til að merkja viðeigandi hliðar og hengja hann við miðpunkt þeirrar hliðar.
- Notið fastan texta til að merkja flatarmál ólíkra hluta ferningsins og hengið hann í miðjuna á litlu rétthyrningunum. Hakið við *Latex formúla* til þess að geta sett töluna 2 upp sem veldisvísi þegar textinn er hannaður.
- Bætið við kvikum texta sem tekur mið af breytingum á hliðunum a og b . Ef þið viljið að textinn fylgi lit flatarins sem hann samsvarar þá þurfið þið að búa til textareit fyrir hvern lið summunnar.
- Festið texta sem nemendur mega ekki hreyfa við (*Eiginleikar*).



Smíði og endurbætur kvikra vinnublaða með GeoGebru

GeoGebra Verkefnapakki 6

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|--|-----------|
| Kynning: GeoGebraTube og spjallsvæði notenda..... | 76 |
| Undirsumma og yfirsumma..... | 78 |
| Að búa til kvik vinnublöð..... | 79 |
| Að flytja út kvik vinnublöð yfir á vefsíðu (fyrir vana notendur og lengra komna)..... | 80 |
| Myndræn framsetning á þríhyrnings ójöfnum..... | 84 |
| Ráðleggingar við hönnun á kvikum vinnublöðum..... | 86 |
| Að búa til “Tangram” þraut..... | 90 |
| Áskorun: Þróun í gerð ‘Tangram’ þrauta..... | 91 |



1. Kynning: GeoGebraTube og spjallsvæði notenda

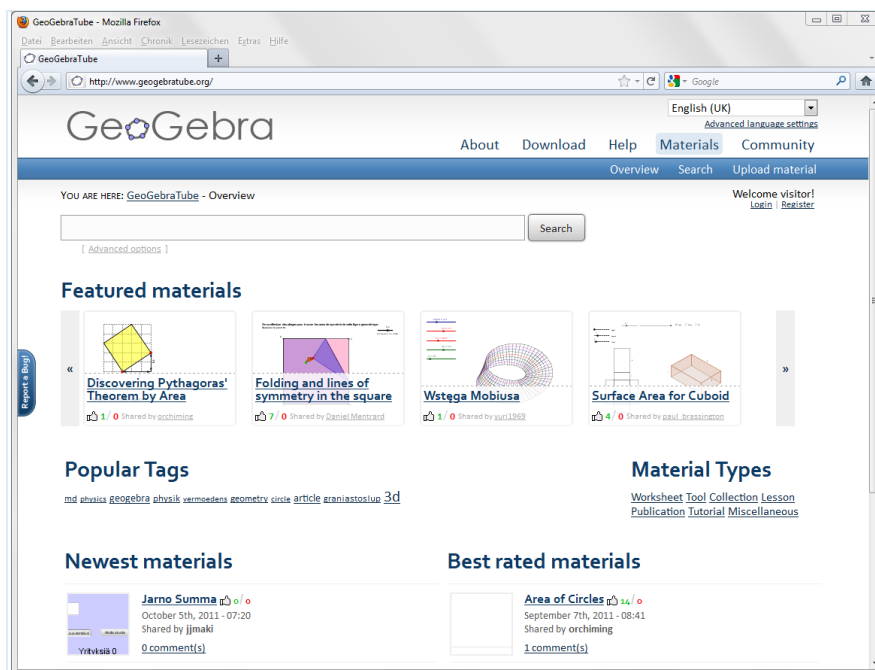
Kvik vinnublöð

GeoGebra gerir ykkur kleift að búa til gagnvirkt kennsluefni, svokölluð *kvik vinnublöð*, með því að flytja út kvikar myndir sem vefsíður. Venjulega samanstendur kvikt vinnublað af fyrirsögn, stuttri útskýringu, gagnvirku smáforriti ásamt verkefnum og fyrirmælum til nemenda.

Vinna nemenda með kvik vinnublöð krefst ekki kunnáttu á GeoGebra. Gagnvirku netsíðurnar eru óháðar hugbúnaðinum og geta verið á netinu, eða hægt að setja upp á tölvu hvers og eins t.d. með geisladiski eða USB lykli.

GeoGebraTube

GeoGebraTube (<http://www.geogebra.org/>) er uppspretta af fríu námsefni (m.a. kvikum vinnublöðum) sem búið hefur verið til af kennurum úr öllum heimshornum. Það er flokkað niður til þess auðvelda aðgang að því.



Allt efni á GeoGebraWiki fellur undir Creative Common leyfi (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) Það þýðir að þér er frjálst að nota efnið án endurgjalds, en ekki í ágóðaskyni, og að þú mátt byggja þitt eigið efni á því, ef þú getur upprunalegs höfundar.



Spjallborð notenda GeoGebra (User Forum)

GeoGebra spjallborðið (www.geogebra.org/forum) var stofnað til að veita notendum GeoGebra aukinn stuðning. Það var búið til fyrir kennara og er haldið við af kennurum. Þar er tilvalið að varpa fram spurningum og taka þátt í umræðum og svara öðrum notendum.

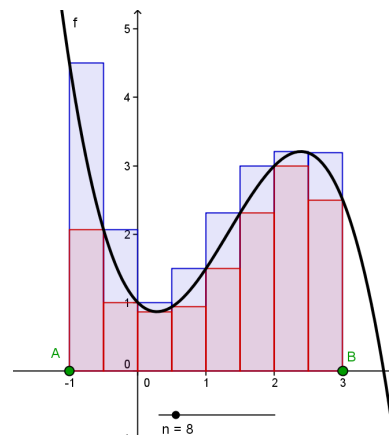
| Forum | Topics | Posts | Last post |
|--|--------|-------|---|
| English speaking users | | | |
| Using GeoGebra Questions concerning the use of GeoGebra as a stand-alone application | 1972 | 10458 | Wed Oct 05, 2011 7:03 am Birgit Lachner → |
| Technological Questions Installation, dynamic worksheets, GeoGebraWiki, JavaScript, etc. | 945 | 4428 | Wed Oct 05, 2011 8:03 am rami → |
| German speaking users | | | |
| Bedienung von GeoGebra Fragen rund um die Bedienung von GeoGebra als Einzelanwendung | 965 | 3836 | Tue Oct 04, 2011 7:44 pm Birgit Lachner → |
| Technische Fragen Installation, dynamische Arbeitsblätter, GeoGebraWiki, JavaScript usw. | 422 | 1622 | Sat Oct 01, 2011 7:28 pm Birgit Lachner → |
| French speaking users/Utilisateurs francophones | | | |
| Français Version 3.2 Forum pour les utilisateurs de GeoGebra qui parlent français Moderators: Noel Lambert , miir | 1399 | 9184 | Tue Oct 04, 2011 3:30 pm Daniel Mentrand → |
| Français Version 4.0 Messages relatifs à la version 4.0 Moderators: Noel Lambert , miir | 188 | 1104 | Mon Oct 03, 2011 6:39 pm miir → |
| Français Version beta 4.2 (avec CAS) Moderator: miir | 13 | 43 | Tue Oct 04, 2011 6:01 pm Noel Lambert → |

Spjallborð GeoGebra samanstendur af nokkrum spjallborðum á mismunandi tungumálum. Það gerir notendum kleift að spyrja og svara GeoGebrutengdum spurningum á móðurmálinu. Þannig geta íslenskir kennarar komið sér upp spjallborði á íslensku ef þeir óska þess.



2. Undirsumma og yfirsumma

Í þessu verkefni er búið til kvíkt vinnublað sem sýnir hvernig nota má yfir- og undirsummu til að nálgast flatarmál milli ferils falls og x -ásins. Þetta vinnublað má svo nota fyrir nemendur sem inngang að hugtakinu heildi.



Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebra skrá..
- Veljið *Sýn – Algebrugluggi og myndagluggi*.

Smíðuferli

| | | |
|----|-----|---|
| 1 | | Sláið inn 3. stigs margliðuna $f(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - x + 1$ |
| 2 | | Búið til punktana <i>A</i> og <i>B</i> á x -ásnum <u>Ábending:</u> Þessir punktar segja til um bilið á x -ásnum. |
| 3 | | Búið til rennistiku n (bil 1 til 50; stighækkun 1) |
| 4 | | Sláið inn $yfirsumma = Yfirsumma [f, x(A), x(B), n]$ <u>Ábending:</u> $x(A)$ gefur x -hnit punktsins <i>A</i> . Talan n ákvarðar fjölda rétthyrninga sem eru notaðir til að finna undirsummur og yfirsummur. |
| 5 | | Sláið inn $undirsumma = Undirsumma [f, x(A), x(B), n]$ |
| 6 | ABC | Setjið inn kvika textann $yfirsumma =$ og veljið $yfirsumma$ úr listanum <i>hlutir</i> . |
| 7 | ABC | Setjið inn kvika textann $undirsumma =$ og veljið $undirsumma$ úr listanum <i>hlutir</i> . |
| 8 | | Skilgreinið í inntaksreit: $mismunur = yfirsumma - undirsumma$ |
| 9 | ABC | Setjið inn kvika textann $mismunur =$ og veljið $mismunur$ úr listanum <i>hlutir</i> . |
| 10 | | Skilgreinið í inntaksreit: $heildi = Heildi[f, x(A), x(B)]$. |
| 11 | ABC | Setjið inn kvika textann $Heildi =$ og veljið $heildi$ úr listanum <i>hlutir</i> . |



Viðfangsefni

Notið rennistikuna n til að breyta fjölda réttthyrninganna sem notaðir eru til að reikna yfir- og undirsummu.

1. Berið saman gildin á yfirsummu, undirsummu og stærðinni heildi þegar þú notar mismunandi gildi á rennistikunni n . Takið þið eftir einhverju?
2. Hvernig er mismunur yfir- og undirsummu þegar (a) n er lítið (b) n er stórt?

3. Að búa til kvik vinnublöð

Að minnka GeoGebru gluggann

GeoGebra flytur algebru- og myndagluggann á kvika vinnublaðið. Til að spara pláss fyrir útskýringar og fyrirmæli á vinnublaðinu, þarf að minnka gluggann áður en flutt er út.

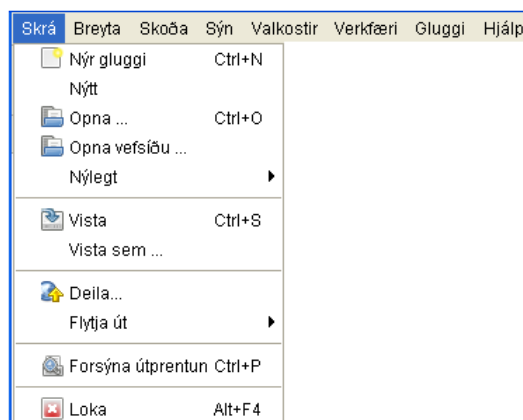
- Ef algebruglugginn á ekki að vera með, þarf að fela hann.
- Færið myndina (eða það sem á að sjást) í vinstra hornið uppi í myndaglugganum með því að nota \oplus *Hreyfa teikniborð* verkfærið.
Ábending: Þið gætuð notað \otimes *Þysja inn* og \otimes *Þysja út* verkfærin til að undirbúa útflutning.
- Minnið gluggann með því að draga til hægri horn að neðan.
Ábending: Bendillinn breytir um lögun við brúnir og horn GeoGebrugluggans.

Athugasemd: Jafnvel þótt gagnvirka forritið sé lítið og passi á skjá ásamt leiðbeiningum, þarf að tryggja að nóg pláss sé fyrir tilraunir nemenda.

Að hala upp efni á GeoGebraTube

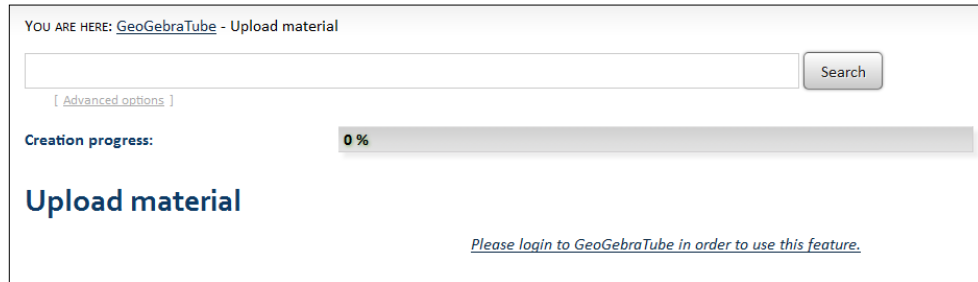
Eftir að hafa lagað til stærð GeoGebru gluggans, þá eruð þið tilbúin að flytja út kvika vinnublaðið með því að nota valmyndina *Skrá*.

- *Skrá – deila...*





- Vefsíðan GeoGebra Tube opnast nú skjálkrafa og þið verðið beðin um að skrá ykkur inn með notendanafni (ef þið hafið ekkert notendanafn þarf að stofna það fyrst).



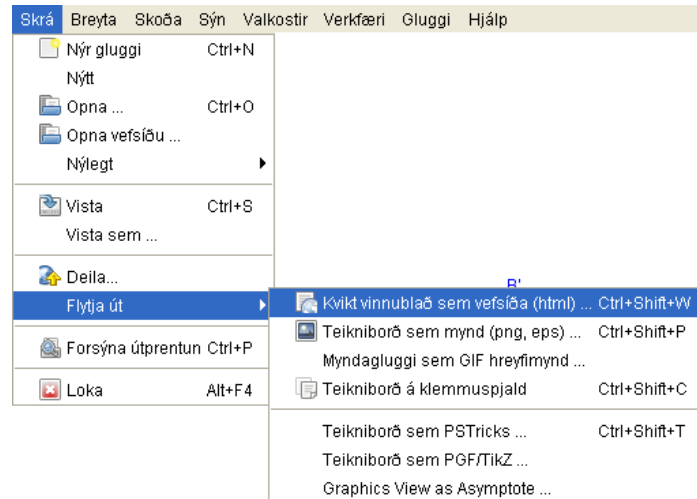
- Bætið inn upplýsingum fyrir nemendur. Ef þið viljið, þá er hægt að velja að sýna verkfærastiku, inntaksreit eða valmyndarrein (menu bar). Smellið svo á *Continue*.
- Bætið við stuttum skýringum fyrir aðra kennara, svo þeir geti líka notað efnið. Þessar upplýsingar koma ekki fram á vinnublaði nemenda. Veljið markhóp og veljið flokka sem eiga vel við efnið, til þess að auðvelda leitina fyrir aðra notendur.
- Klárið að hala upp efninu með því að smella á Save hnappinn.

Kvika vinnublaðið þitt er nú vistað á GeoGebraTube, þar sem fólk getur gefið til kynna hvort því líki eða líki ekki við efnið (like/dislike) og skrifað athugasemdir ef það kys að gera það.

4. Að flytja út kvik vinnublöð yfir á vefsíðu (fyrir vana notendur og lengra komna)

Í stað þess að hala vinnublaðinu inn á GeoGebraTube er einnig hægt að flytja hana út á vefsíðu:

- *Flytja út – Kvikt vinnublað sem vefsíða*
Ábending: Hægt er að nota flýtihnappana *Ctrl – Shift – W*.



- Fyllið í reiti gluggans sem birtist (titill, nafn höfundar, og dagsetning).
- Sláið inn stutta skýringu á vinnublaðinu í reitinn *Texti fyrir ofan myndsmíð*.
- Setjið leiðbeiningar og verkefni fyrir nemendur í reitinn *Texti eftir myndsmíð*.
- Smellið á *Flytja út* og vitið kvika vinnublaðið.

Ábending: GeoGebra býr til nokkrar skrár sem þurfa að hanga saman til að kvika vinnublaðið virki. Mælt er með því að búa til nýja möppu (til dæmis. Kvik_vinnublod) inni í möppunni GeoGebra_Kynning, áður en kvika vinnublaðið er vistað þar.

Molar, kvik vinnublöð

- Kvika vinnublaðið opnast sjálfkrafa í netvöfrunum ykkar eftir vistun. Skoðið textann og virkni myndarinnar. Ef breytinga er þörf, þarf að fara aftur í GeoGebruskrána og breyta þar. Flytjið svo aftur út (þið getið notað sama skráarnafn til að skrifa yfir það gamla) til að festa breytingarnar.
Ábending: Hægt er að breyta texta kvika vinnublaðsins á sama hátt.
- GeoGebra vistar sjálfkrafa það sem skrifað er í útflutningsgluggann fyrir kvik vinnublöð. Ef breyta þarf teikningunni meðan verið er að fylla inn í útflutningsreitina, er hægt að loka útflutningsglugganum og halda áfram með það seinna.
- Gangið úr skugga um að forritsstubburinn sé ekki of stór. Nemendur ættu ekki að þurfa að skrúna milli fyrirmæla og myndar, því þá því missir kvika myndin marks sem hjálpartæki við að upplifa hugtökin sem nemendur læra.
- Kvika vinnublaðið ætti að passa á skjáinn. Ef sett eru fyrir meira en 3 viðfangsefni, ætti að íhuga að búa til annað vinnublað með sömu mynd en öðrum viðfangsefnum.




Að bæta kvik vinnublöð

Útflutningsgluggi fyrir kvik vinnublöð hefur tvo flipa: *Almennt* og *Meira*. Í síðasta verkefni var *Almennt* notað til að bæta skýringum, viðfangsefnum og leiðbeiningum við vinnublaðið, fyrir útflutning. Núna verður vinnublaðið bætt með fleiri valmöguleikum í *Meira* flipanum.

The screenshot shows the 'Útflutningur á kviku vinnublaði (html)' dialog box. It has two tabs: 'Almennt' and 'Meira'. The 'Meira' tab is active, showing various options for video export. The 'Virgni' section includes options for 'Virka hægri smellu, þysjun og breytingar frá lyklaborði', 'Leyfa að merki séu dregin til', 'Sýna teikn til að endursetja myndsmíð' (checked), and 'Nota vafra fyrir JavaScript forritun'. The 'Notendaviðmót' section includes options for 'Sýna valmynd', 'Leyfa að vista, prenta og hætta við', 'Sýna verkfærastiku', 'Sýna hjálp í verkfærastiku', 'Sýna inntaksreit', and 'Leyfa endurkvörðun' (checked). There are input fields for 'Breidd: 1280' and 'Hæð: 643'. The 'Skrár' section includes options for 'Notkun Án Nettengingar/Leyð' and 'Fjarlægja línuskipti', with a dropdown menu set to 'Skrá: html'. At the bottom are buttons for 'Hjálp', 'Flytja út', and 'Hætta við'.

Virgni

- Að virkja hægri smellu, þysja og gera breytingar frá lyklaborði: Nemendur geta hægrismellt á teiknaborð eða hluti til að komast í flýtilista (t.d. sýna/fela hlut eða merki, slóð *á/af*, *Eiginleikar*). Það er líka hægt að nota flýtilykla.
- Að leyfa að merki séu dregin til: Ef hakað er í þennan reit, geta nemendur fært til merkingar á punktum eða hlutum.
- Að sýna teikn til að endursetja myndsmíð:  er sýnt í efra horni hægra megin á kvika vinnublaðinu. Nemendur geta smellt á það til að nýglæða vinnublaðið.
- Nota vafra fyrir JavaScript forritun: Opið er fyrir JavaScript, þannig er hægt að sýna smíðina á ýtarlegri hátt.



Notendaviðmót

- Sýna valmynd: Valmynd sýnd á vinnublaðinu.
- Leyfa að vista, prenta og hætta við: Það er hægt að gefa nemendum kost á að vista, prenta út og hætta við þegar þeir eru að vinna með skjalið.
- Sýna verkfærastiku: Verkfærastika sýnd á vinnublaðinu, nemendur hafa aðgang að verkfærunum.
- Sýna hjálp í verkfærastiku: Ef verkfærastika er sýnd, er hægt að sýna líka stikuhjálpinu í vinnublaðinu. Ef nemendur eiga að nota verkfærin, geta þeir sjálfir fundið út með stikuhjálpinni hvernig verkfærin virka.
- Sýna inntaksreit: Inntaksreitir sýndur neðst á vinnublaði. Þar geta nemendur sett inn algebrustæður og skipanir við rannsóknir sínar.
- Leyfa endurkvörðun: Hefur áhrif á það hvernig þysjað er inn og út í vafranum þannig að smíðin sé einnig minnkuð eða stækkuð.
- Breidd og hæð vinnublaðsins: Hægt er að breyta hæð og breidd vinnublaðsins.
Athugasemd: Ef vinnublaðið er minnkað gætu mikilvægir hlutar þess horfið.
Ábending: Ef valmynd, verkfærastika eða inntaksreitir eru sýnd, gæti borgað sig að stilla til stærð vinnublaðsins.

Skrár

- Notkun án Nettengingar leyfð: Notandinn getur unnið með vinnublaðið án þess að vera nettengdur.
- Fjarlægja línuskipti: Fjarlægir línuskipti ef einhver eru.
- Skrá-fellivalmynd: Hér er hægt að velja hvort skráin er flutt út sem html, MediaWiki, GoogleGadget eða Moodle.

Viðfangsefni

Notið kviku myndina sem þið gerðuð áður, og flytjið hana út sem endurbætt kvikt vinnublað. Notið *Meira* flipann til að prófa mismunandi möguleika og sjá hvernig vinnublaðið breytist.



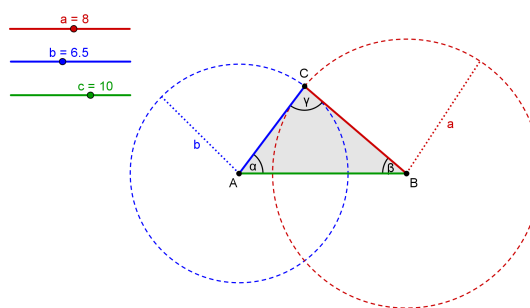
5. Myndræn framsetning á þríhyrnings ójöfnum

Í þessu verkefni, búið þið til kvikt vinnublað sem sýnir lið fyrir lið, hvernig maður teiknar þríhyrning með þrjár gefnar hliðar a, b og c . Auk þess má nota það til að fá nemendur til að uppgötva þríhyrnings ójöfnur.

Athugið: Þríhyrnings ójöfnurnar $a + b > c$, $b + c > a$, og $a + c > b$ gefa til kynna að summa tveggja hliðarlengda í þríhyrningi er alltaf meiri en lengd þeirrar þriðju. Ef skilyrðum fyrir þríhyrningsójöfnur er ekki fullnægt fyrir þrjár gefnar tölur, þá er ekki hægt að teikna þríhyrning með þær hliðarlengdir.

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebru skrá.
- Veljið *Sýn – Rúmfræði*.



Kynning á nýjum verkfærum

| | |
|--|--|
| | Línustrik af gefinni lengd frá punkti Nýtt! <u>Ábending:</u> Smellið þar sem þið viljið hafa upphafspunkt striksins. Sláið svo inn lengdina á strikinu í textagluggann sem opnast. |
| | Hringur skilgreindur út frá miðju og geisla Nýtt! <u>Ábending:</u> Smellið þar sem miðja hringins á að vera. Sláðu svo inn geislann (radius) í textagluggann sem birtist. |

Ábending: Notið stikuhjálpinu ef þið kunið ekki að nota verkfærið. Prófið nýja verkfærið áður en þið hefjið myndsmíðina.

Smíðuferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Búið til rennistikur a , b og c fyrir hliðarlengdir þríhyrningsins með <i>bil</i> frá 0 to 10 og <i>stighækkun</i> 0.5. |
| 2 | | Stillið rennistikurnar þannig að $a = 8$, $b = 6.5$ og $c = 10$. |
| 3 | | Búið til línustrik d með gefnu lengdina c . <u>Ábending:</u> Punktarnir A og B er endapunktur striksins. |
| 4 | | Búið til hring e með miðjuna A og geisla (radius) b . |
| 5 | | Búið til hring f með miðju í B og geisla a . |



| | | |
|---|--|--|
| 6 | | Gerið punkt C sem <i>skurðpunkt</i> hringjanna e og f . |
| 7 | | Gerið þríhyrninginn ABC . |
| 8 | | Búið til innri horn þríhyrningsins ABC og <i>nefnið þau</i> α , β og γ . |

Myndsmíðin bætt

Undirbúið þessa smíði þríhyrnings fyrir útflutning sem kvíkt vinnublað.

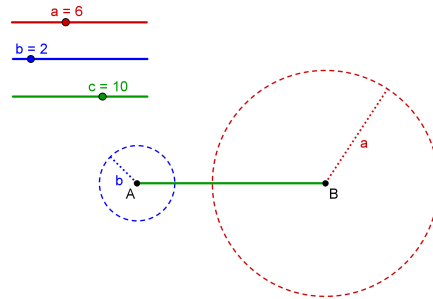
| | | |
|----|-----|--|
| 9 | | Búið til punkt D á hringnum e . |
| 10 | | Búið til línustrik g milli punktanna A og D . |
| 11 | | Búið til punkt E sem miðpunkt striksins g . |
| 12 | ABC | Setjið inn <i>texti1</i> : b hengið hann á punktinn E . |
| 13 | | Búið til punkt F á hringnum f . |
| 14 | | Búið til strik h milli punktanna B og F . |
| 15 | | Búið til punkt G sem miðpunkt striksins h . |
| 16 | ABC | Setjið inn <i>texti2</i> : a og hengið hann á punktinn G . |
| 17 | | Breytið litum hluta þannig að samsvarandi hlutir séu eins á litinn. |
| 18 | | Sýnið <i>Myndsmíðarspilara</i> (<i>Skoða valmyndin</i>). |
| 19 | | Sýnið " <i>Hnappur til að opna verklýsingu smíðar</i> " (<i>valmyndin skoða – Myndsmíðarspilari</i>). |
| 20 | | Opnið <i>verklýsingu myndsmíðar</i> . |
| 21 | | Sýnið dálkinn <i>rofstaður</i> |
| 22 | | Breytið röðinni innan smíðaferilsins þannig að geislar hringjanna og viðhengdur texti þeirra birtist á sama tíma. Ábending: Þið gætuð sett inn fleiri rofstaði (t.d. látið sýna allar rennistikur á sama tíma). |
| 23 | | Hakið við <i>Sýna bara rofstaði</i> . |



Viðfangsefni

(a) Flytjið smíðina ykkar út sem kvikt vinnublað.

(b) Bætið við skýringum og verkefnum fyrir nemendur ykkar sem leiða þá í gegnum það hvernig þríhyrningurinn er teiknaður og hjálpið þeim að kanna þríhyrnings ójöfnurnar með því að nota rennistikurnar.



6. Ráðleggingar við hönnun á kvikum vinnublöðum.

Eftirfarandi leiðarvísir um hönnun kvikra vinnublaða er afrakstur af vinnu kennara eftir formlega úttekt þeirra á kvikum vinnublöðum við ýmsar erlendar mennta og vísindastofnanir. Þeir höfðu að leiðarljósi grunnreglur og lykilatriðin á bak við nám með margmiðlun eftir Clark and Mayer¹.

Þessi leiðarvísir var tekinn saman í þeim tilgangi að ræða og koma veg fyrir algeng mistök við gerð kvikra vinnublaða, auk þess að auka gæði þeirra í þeirri von að þau stuðli að markvissara námi. Ef til vill kunna sumar ráðleggingarnar sem settar eru fram að virðast mjög augljósar, en þrátt fyrir það hafa þær reynst vera gríðarlega mikilvægar í samstarfi okkar við kennara til að ræða og útskýra þær í smáatriðum.

Eftirfarandi mynd sýnir kvikt vinnublað sem búið var til með GeoGebru og gerir nemendum kleift að kanna eiginleika sem skurðpunktur hæða þríhyrnings hefur. Með því að gera breytingar á þríhyrningnum, geta nemendur kannað í þaula hæðarskurðpunktinn fyrir margskonar þríhyrninga í stað þess að einskorða eiginleikann við einhverja sérstaka gerð þríhyrnings. Nokkur lykilhugtök í útskýringum og verkefnum hafa sama lit og samsvarandi hlutir, til þess að auðveldara sé að finna þau innan myndsmíðarinnar.

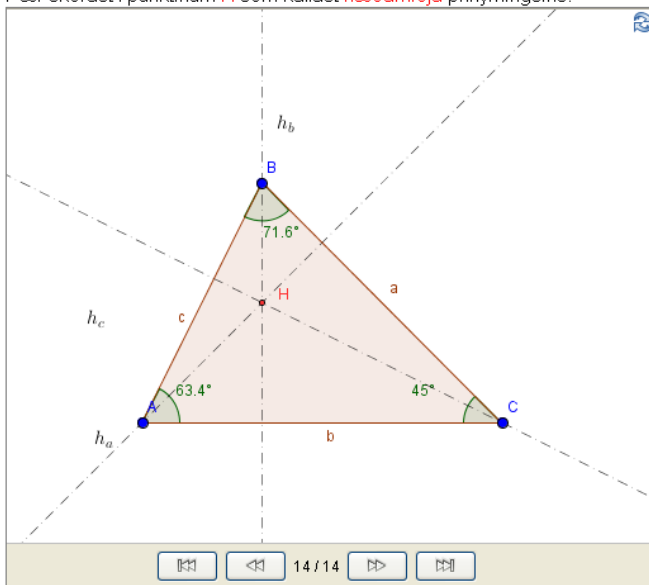
Sér í lagi, eru viðfangsefnin sett við hliðina á kviku smíðinni, til þess að allar upplýsingarnar rúmist á skjánum og nemandanum sé ekki gert erfiðara fyrir við að meðtaka tilgang smíðarinnar vegna óþarfa skruns.

¹ Clark, R. and Mayer, R.E. (2002): e-Learning and the Science of Instruction. San Francisco: Pfeiffer, 2002



Hæðamiðja þríhyrnings

Á myndinni hér að neðan er þríhyrningurinn ABC ásamt hæðum sínum. Þær skerast í punktinum H sem kallast **hæðamiðja** þríhyrningsins.



Gunnar Björn Björnsson, Búið til með [GeoGebra](#)

1. Hvernig er ferli smíðarinnar við að finna **hæðamiðju** þríhyrnings?
Ábending: Þið getið notað örvatakkana í kvika myndaglugganum til að endurgera myndina.

2. Þið getið breytt lögun þríhyrningsins með því að færa til **hornpunkta** hans. Við það breytist staðsetningin á **hæðamiðjunni** og **hornstærðirnar** breytast líka.

Finnið út staðsetningu **hæðamiðjunnar** ef:

- a) Öll hornin eru hvöss
- b) Eitt hornanna er gleitt
- c) Þríhyrningurinn er réttthyndur

Leiðarvísir að góðri hönnun 1: Útlit kvikra vinnublaða

Forðist skrun

Allt vinnublaðið ætti að rúmast á einum skjá. Nemendur ættu ekki að þurfa að skrúna milli kviku myndarinnar og texta sem inniheldur skýringar eða verkefni tengt myndinni. Við teljum að nú til dags séu 1024x768 eða 1280x1024 punktar algengustu skjástærðirnar sem takmarka mögulega stærð kvika vinnublaðsins. Með því að nota góðan HTML ritil er hægt að nota töflur til þess að koma því við að texti, myndir og kvikt efni rúmist fyrir á skjánum. Ef þetta er ekki hægt, íhugið þá frekar að skipta efninu á fleiri síður.

Stutt útskýring

Við upphaf kvika vinnublaðsins ættuð þið að hafa stutta útskýringu á efni eða tilgangi vinnublaðsins. Hafið textann stuttan (ekki meira en eina eða tvær setningar) og notið eigið orðalag.

Nokkur viðfangsefni

Þið munið venjulega bæta við spurningum og verkefnum til að ganga úr skugga um að nemendur noti vinnublöðin á markvissan hátt. Setjið þessi atriði nálægt kviku myndinni t.d. beint fyrir neðan myndina eða til hliðar við hana. Ekki hafa fleiri en þrjár eða fjórar spurningar eða viðfangsefni til þess að fyrirbyggja að



nemendur þurfi að skruna. Ef viðfangsefnið eru fleiri, þá mætti frekar hugsa sér að kljúfa vinnublaðið á nokkrar blaðsíður.

Forðist truflandi áreiti

Gætið þess að kvika vinnublaðið innihaldi bara hluti sem eru viðeigandi fyrir markmiðin. Notið hvorki óþarfa bakgrunn eða óþarfa skrautmuni eða þess þá heldur tónlist í bakgrunni, til þess að draga ekki athygli nemandans frá því að ná tilgangi eða boðskapi verkefnisins.

Leiðarvísir að góðri hönnun 2: Kvikar myndir

Gagnvirkni

Hafið kviku myndina eins gagnvirka og hægt er. Þumalputtaregla er allir sýnilegir hlutir séu hreyfanlegir eða hægt að breyta þeim á einhvern hátt. Kvika myndin ætti að bjóða upp á mikið frelsi við að kanna tengsl á milli stærðfræðilegra hluta og uppgötva stærðfræðileg hugtök eða staðreyndir.

Einfalt í notkun

Reynið að hafa kviku myndina eins einfalda í notkun og mögulegt er. Ef hlutur er hreyfanlegur eða hægt að breyta honum, gerið þá nemandanum það augljóst, til dæmis gætu hreyfanlegir punktar verið rauðir eða stærri en aðrir punktar. Ef tilteknir hlutir eiga að standa óbreyttir, festið þá gildi og staðsetningar þeirra svo þau verði ekki færð til fyrir slysi.

Hæfileg stærð

Gott að hafa á bak við eyrað að tilgangurinn með myndsmíðinni er að nemendur geri tilraunir með hana og því verður hún að hafa það mikið pláss að hún bjóði upp á slíkar tilraunir. Hins vegar má hún ekki vera það stór að ekkert pláss sé fyrir skýringar og verkefni.

Notið kvika texta

Kvikir textar, eins og t.d. lengd á striki sem breytist, ætti að staðsetja nálægt viðkomandi hlut svo textinn haldi samhengi sínu.

Forðist fastan texta

Of mikill texti getur gert viðmót gagnvirka forritsins þreytandi. Setjið heldur fastan texta eins og skýringar eða verkefni á vefsíðuna sjálfa sem inniheldur kviku myndina.



Við fyrstu sýn

Þegar kvikt vinnublað er opnað, ætti að vera hægt að lesa allar merkingar og mikilvægar upplýsingar. Til dæmis, ætti merking á punkti og lína ekki að skerast.

Leiðarvísir að góðri hönnun 3: Útskýringar og viðfangsefni

Stutt, skýrt með eigin orðum.

Reynið að skrifa skýringar og spurningar í stuttu og skýru máli eins og um samtal væri að ræða. Skriði textann í 2 persónu svo nemendum finnst þeir vera ávarpaðir beint.

Ekki of margar spurningar

Takmarkið fjölda spurninga eða viðfangsefna við þrjú eða fjögur á atriði á hvert vinnublaði, til þess að fyrirbyggja skrun. Ef þið viljið spyrja fleiri spurning, bíðið þá til nýtt vinnublað.

Spyrjið sérstakra spurninga

Forðist almennar spurningar eins og “Hvað gildir alltaf um X?” og gerið nemendum ljóst hvað ætlast er til að þeir geri. Spyrjið frekar t.d. “Hvaða áhrif hefur það á X þegar Y er fært til?” Við mælum með því að nemendur skrifi glósur þegar þeir vinna með kvik vinnublað. Ef þið viljið að þeirri skrifi svör sín á blað, látið það þá standa á vinnublaðinu.

Vitnið í forritið

Textinn ætti styðja við notkun gagnvirka forritsins. Reynið til að mynda að útskýra ný atriði með því að vitna í forritið frekar en að nota skilgreiningu með texta ótengda forritinu. Auk þess gæti borgað sig að hafa ákveðin lykilatriði samlit hlutnum í forritinu sem þau vísa í. Þetta er gerir textann læsilegri og hjálpar nemendum ná samhengi texta og forrits.

Notendur vinnublaðsins eru nemendur

Ef þið viljið koma upplýsingum á framfæri fyrir aðra kennara, (t.d. kennsluáætlun, lausnir við verkefnum) gerið það þá í aðskyldu skjali t.d. vefsíðu eða pdf skjali. Ekki ætti að valda nemendum truflun eða ruglingi með slíkum upplýsingum.

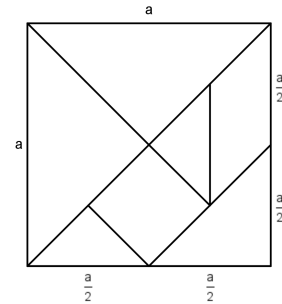
Kynningarmynd

Ef kvika myndin er eingöngu hugsuð sem hluti af fyrirlestri, þá gæti við betra að sleppa spurningum og viðfangsefnum á vefsíðunni. Ef síðan inniheldur texta, þá þarf hann að vera skiljanlegur nemendum.



7. Að búa til “Tangram” þraut

Í þessu verkefni er búin til „Tangram“ þraut, eins og sést á myndinni til hægri. Hún samanstendur af 7 rúmmyndum sem allar er hægt að búa til út frá hliðarlengdinni a í ferningnum (Sjá [tangram_puSl.html](#)). Skoðið þetta kvika vinnublað til að sjá hvernig Tangram þrautin virkar.



Þetta verkefni krefst notkunar ýmissa verkfæra. Vinsamlegast lesið gegnum eftirfarandi ábendingar áður en smíðin byrjar.

Viðfangsefni 1: Að finna út hliðarlengdir einstakra hluta

Til þess að geta búið til einstaka hluta af “Tangram” þrautinni, þarf fyrst að finna út hliðarlengdir þeirra. Þeir tengjast allir hliðarlengdinni a í ferningnum sjálfum.

Ábending: Í sumum tilvikum er gott að skoða hornalínur eða hæðir. Auðveldara er að lýsa lengd þeirra með breytunni a en með því að nota lengd samsvarandi hliða.

Viðfangsefn 2: Smíði einstakra hluta Tangram þrautarinnar.

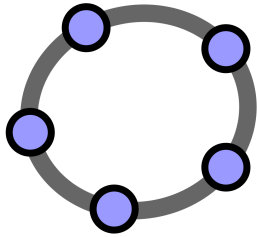
1. Sláið inn töluna $a = 6$. Hún er grunnur að smíði allra þríhyrninga og samsíðunga „Tangram“ þrautarinnar.
2. Reynið að finna út hliðarlengdir rúmmyndanna.
3. Byrjið hverja rúmmynd á línustriki með gefinni lengd. Þetta gerir kleift að snúa og draga til myndina seinna.
4. Ábendingar við smíði:
 - a. Ef hæð rétthyrnds þríhyrnings er hálf lengd langhliðar, gæti borgað sig að nota reglu Palesar við smíðina (sjá verkefnapakka 2, kafli 4)
 - b. Ef skammhliðar rétthyrnds þríhyrnings eru þekktar, gætuð þið smíðað hann svipað og ferninginn frammar í bókinni.
 - c. Við smíði fernings þegar hornalínur eru gefnar, er gott að vita að þær eru hornréttar og helminga hvor aðra.
 - d. Við smíði samsíðungs hjálpar að vita stærð hvassa hornsins.
5. Kannið smíðina með því að reyna að búa til ferning með hliðarlengd a úr myndunum.
6. Raðið rúmmyndunum á handahófskenndan hátt meðfram hlið kviku myndarinnar. Flytjið myndina út sem kvikt vinnublað og bætið við skýringum fyrir nemendur.



8. Áskorun: Þróun í gerð 'Tangram' þrauta

Það er hægt að búa til ýmsar fleiri myndir en ferning með þessum formum. Leitið á netinu að fleiri 'Tangram' myndum eins og til dæmis [tangram_kottur.png](#) og flytjið svo myndina yfir í myndagluggann. Flytjið svo GeoGebru myndsmíðina út með öðru nafni og öðruvísi leiðbeiningum (sjá [tangram_pusl_kottur.html](#)).





Sérsniðin verkfæri og verkfærastika

GeoGebra verkefnapakki 7

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

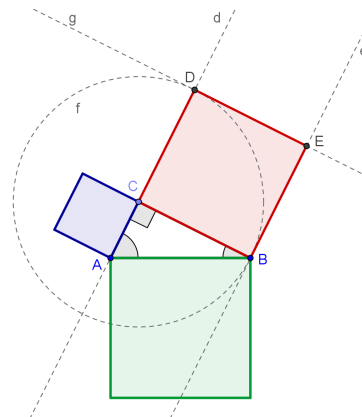
| | |
|--|------------|
| Regla Pýþagórasar | 93 |
| Að búa til sérsniðin verkfæri | 95 |
| Að vista og flytja inn sérsniðin verkfæri | 97 |
| Að búa til ferningsverkfæri..... | 98 |
| Fibonacci kuðungurinn..... | 99 |
| Að finna út miðpunkt hrings | 100 |
| Að sérsníða tækjastikuna..... | 103 |
| Áskorun: Uppgötvun Eulers..... | 103 |



1. Regla Pýþagórasar

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Nýir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.



Smíðuferli

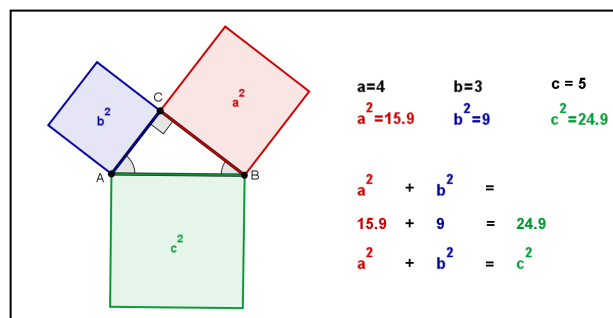
| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Línustrik a með endapunkta A og B |
| 2 | | Hálfhringur c gegnum punktana A og B |
| 3 | | Punktur C á hálfhringnum |
| | | Ábending: Athugið hvort C er örugglega á hringboganum með því að draga hann til með músinni. |
| 4 | | Felið hálfhringinn og línustrikið. |
| 5 | | Búið til þríhyrninginn ABC rangsælis. |
| 6 | | Endurnefnið hliðar þríhyrningsins a , b og c . |
| 7 | | Gerið horn þríhyrningsins ABC |
| | | Ábending: Smellið í miðjan þríhyrninginn, þá myndast öll hornin. |
| 8 | | Dragið C til að sannreyna að smíðin sé rétt. |
| 9 | | Hornrétt lína d á línustrik BC í gegnum punktinn C |
| 10 | | Hornrétt lína e á línustrik BC í gegnum punktinn B |
| 11 | | Hringur f með miðju í C sem gengur í gegnum punktinn B . |
| 12 | | Finnið punkt D sem er skurðpunktur hringins f og línustriksins d . |
| | | Ábending: Smellið beint á <i>efri</i> skurðpunkt f og d |
| 13 | | Gerið línu g sem fer í gegnum punktinn D og er samsíða BC . |
| 14 | | Finnið punkt E sem er skurðpunktur línanna e og g |
| 15 | | Gerið ferninginn $CBED$ |



| | | |
|----|--|---|
| 16 | | Felið hjálparlínur og hring. |
| 17 | | Endurtakið skref 9 til 16 fyrir hlið AC í þríhyrningnum. |
| 18 | | Endurtakið skref 9 til 16 fyrir hlið AB í þríhyrningnum. |
| 19 | | Dragið hornpunkta þríhyrningsins til að fullvissa ykkur um að feringurinn sé réttur. |
| 20 | | Notið <i>Eiginleika</i> til að bæta smíðina (til dæmis breyta lit, gerð línu eða fela merkingar). |

Að bæta myndsmíðina

Bætið smíðina með því að setja inn fastan og kvikan texta sem útskýrir Pýþagórasarregluna $a^2 + b^2 = c^2$ þar sem a og b eru skammhliðar og c er langhlið rétthyrningsins.



Kynning á nýju verkfæri

| | | |
|--|---|--------------|
| | Afrita útlit | Nýtt! |
| | <p>Ábending: Smellið á hlut til að afrita útlit hans. Smellið svo á annan hlut sem mun þá taka upp útlit fyrri hlutarins.</p> | |

Ábending: Verið viss um að þið kunnið að nota þetta verkfæri áður en þið hefjið myndsmíðina. Notið stikuhjálpinu ef þið kunnið ekki að nota það.

Smíðuferli

| | | |
|----|-----|---|
| 21 | | Búið til miðpunkta allra feringanna <p>Ábending: Smellið á tvo mótstæða hornpunkta í hverjum feringi.</p> |
| 22 | ABC | Fastur texti <i>texti1</i> : „ a^2 “. Staðsetjið <i>texti1</i> við miðpunkt tilsvarendi fernings. <p>Ábending: Munið að haka við LaTeX til að fá a^2.</p> |



| | | |
|----|--|--|
| 23 | | Fastur texti <i>texti2</i> : „ b^2 “ .Staðsetjið <i>texti2</i> við miðpunkt tilsvareandi fernings. |
| 24 | | Fastur texti <i>texti3</i> : „ c^2 “ .Staðsetjið <i>texti3</i> við miðpunkt tilsvareandi fernings. |
| 25 | | Felið miðpunkta ferninganna. |
| 26 | | Sníðið textann þannig að litur hans passi við lit tilsvareandi fernings. |
| 27 | | Setjið inn texta sem útskýrir Pýþagórasarregluna. |
| 28 | | Flytjið smíðina út sem kvíkt vinnublað. Útskýrið reglu Pýþagórasar fyrir nemendum ykkar. |

2. Að búa til sérsniðin verkfæri

Í GeoGebru er hægt að búa til sérsniðin verkfæri. Hægt er að búa til eigin verkfæri og bæta þeim á verkfærastikuna. Við búum nú til verkfæri sem mælir minnstu fjarlægð milli línu og punkts (t.d. hæð þríhyrnings). Áður en það er hægt, verður að smíða alla þá hluti sem nota þarf í verkfærið.

Undirbúningur


- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Nýir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.

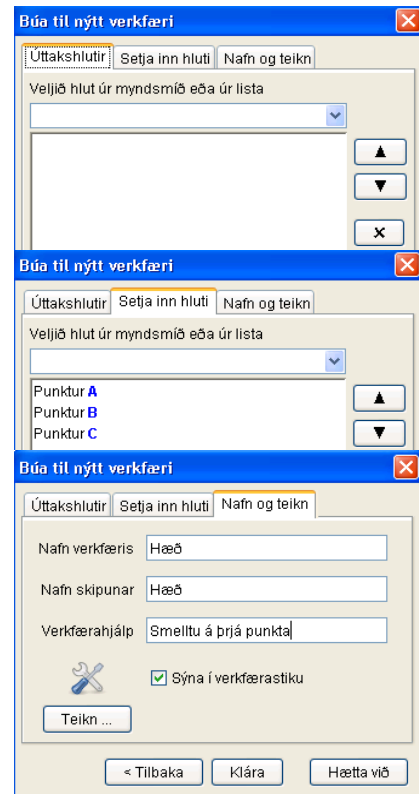
Smíðaferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Lína <i>a</i> gegnum tvo punkta <i>A</i> og <i>B</i> . |
| 2 | | Nýr punktur <i>C</i> . |
| 3 | | Lína <i>b</i> hornrétt á línu <i>a</i> í gegnum <i>C</i> . |
| 4 | | Skurðpunktur línanna <i>a</i> og <i>b</i> , <i>D</i> . |
| 5 | | Línustrik <i>c</i> milli <i>C</i> og <i>D</i> . |
| 6 | | Dragið punktana <i>A</i> , <i>B</i> og <i>C</i> til að sannreyna smíðina. |
| 7 | | Breytið lit línustriksins <i>c</i> og felið öll merki. |



Sérnsniðið verkfæri búið til

1. Smellið á  *Búa til nýtt verkfæri...* í *Verkfærum* þá opnast nýr gluggi.
2. Hafið flipann *Úttakshlutir* virkan.
3. Veljið úttakshlut annaðhvort með því að smella á hann á teikniborðinu (okkar dæmi: línustrikið *c*) eða velja hann af fellilistanum (smellið á litlu örina í inntaksreitnum).
4. Smellið á *Næst* > hnappinn til að virkja flipann *Setja inn hluti*.
5. GeoGebra sýnir nú þá hluti sem eru inni fyrir verkfærið þitt (í þessu tilfalli: punktarnir *A*, *B* og *C*).
6. Smellið á *Næst* > hnappinn til að virkja flipann *Nafn og teikn*.
7. Skráið nafn verkfærisins og texta fyrir stíkuhjálpinu.
Ath: GeoGebra fyllir sjálfkrafa í reitinn *Nafn skipunar*.
8. Smellið á hnappinn *Klára*.
Ath: Núna er nýja verkfærið hluti af verkfærastíku GeoGebru.




Prófið nýja sérnsniðna verkfærið ykkar

1. Opnið nýja GeoGebruskra *Skrá – Nýtt*.
Athugasemd: Verkfærið er enn hluti af verkfærastíkunni.
2. Búið til þríhyrning *ABC*, notið verkfærið *Marghyrningur*.
3. Virkjið verkfærið *Hæð*.
4. Smellið á punktana *A*, *B* og *C* til að finna eina af hæðum þríhyrningsins.
5. Finnið aðra hæð í þríhyrningnum.
6. Finnið hæðaskurðpunktinn.



3. Að vista og flytja inn sérsniðin verkfæri



Vistið verkfærið

1. Smellið á  *Vinna með verkfæri...* í *Verkfæri*. Þá opnast gluggi.
2. Veljið sérsniðna verkfærið *Hæð* af verkfæralistanum.
3. Smellið á hnappinn *Vista sem...* til að vista verkfærið.
4. Veljið nafn á verkfærið (t.d. Haed_verkfaeri.ggt) og vistið á tölvunni ykkar.

Ath: Sérsniðin GeoGebruverkfæri eru vistuð með viðskeytinu *.ggt*. Þannig er hægt að greina á milli ‚venjulegra‘ GeoGebruskraá (nafnauki *.ggb*) og sérsniðinna verkfæra.

Að flytja inn sérsniðið verkfæri

Þegar sérsniðna verkfærið hefur verið vistað er hægt að nota það í aðrar smíðar seinna meir. Sérsniðin verkfæri birtast ekki á verkfærastikunni þegar GeoGebra er opnað. Ef nota á sérsniðið verkfæri, verður að flytja það inn í GeoGebruskraána.

1. Opnið nýjan GeoGebruglugga (*Skrá* –  *Nýr gluggi*).
2. Í valmyndinni *Skrá* smellið á  *Opna*.
3. Leitið að verkfærum sem hefur verið vistuð áður (t.d. Haed_verkfaeri.ggt) og veljið úr lista af fánlegum GeoGebruskram (.ggb) eða verkfæraskram(.ggt).
4. Smellið á *Open* hnappinn og flytjið þannig verkfærið á verkfærastikuna í GeoGebruglugganum.

Athugasemd: Það hefur ekki áhrif á smíð sem verið er að vinna með, að flytja inn sérsniðin verkfæri og því er hægt að flytja þau inn á meðan á smíði stendur.



4. Að búa til ferningsverkfæri

Unidrbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskra.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Nýir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.

Smíðuferli

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Línustrik a milli A og B . |
| 2 | | Hornrétt lína b á línustrik a í gegnum punkt B . |
| 3 | | Hringur c með miðju í punktinum B gegnum punktinn A . |
| 4 | | Gerið punkt C sem er skurðpunktur, hringins c og línunnar b |
| 5 | | Samsíða lína d við línu b í gegnum punktinn A . |
| 6 | | Samsíða lína e við línustrik a í gegnum punktinn C . |
| 7 | | Gerið punkt D sem er skurðpunktur, línanna d og e . |
| 8 | | Ferningur $ABCD$. |
| 9 | | Felið alla hjálparhluti (línur og hring). |
| 10 | | Felið merki allra hluta. |
| 11 | | Breytið lit ferningsins í svartan og stillið fyllinguna á 0%. |
| 12 | | Búið til ferningsverkfæri (<i>Verkfæri – Búa til nýtt verkfæri...</i>). <u>Úttakshlutir:</u> ferningur, hliðar fernings, punktar C og D <u>Setja inn hluti:</u> punkta A og B <u>Nafn:</u> Ferningur <u>Stíkuhjálp:</u> Smellið á tvo punkta |
| 13 | | Vistið verkfærið undir nafninu <i>Ferningsverkfæri.ggt</i> <u>Ábending:</u> Valmynd <i>Verkfæri – Vinna með verkfæri... – Vista sem...</i> |



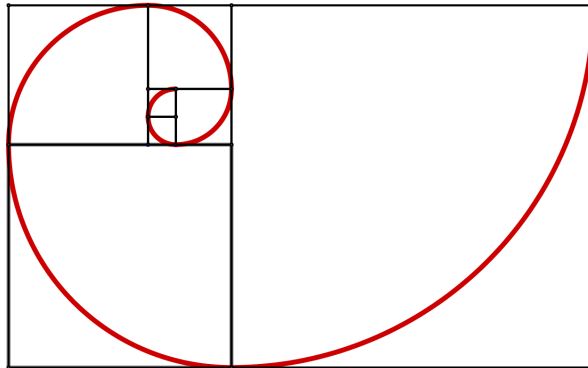
Viðfangsefni

Berið saman þennan smíðaferil og þann sem notaður var í verkefnapakka 2. Hvað er ólíkt með þessu tvennu?

5. Fibonacci kuðungurinn

Fibonacci kuðunginn er hægt að búa til með því að draga boga á milli mótlægra horna í ferningum sem raðað er upp eins og myndin sýnir. Stærð ferninganna fylgir Fibonaccirunu 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...

Fibonacci kuðungurinn nálgast hinn *Gullna kuðung* en hann er lograkuðungur með vaxtarstuðul nálægt gullinsniði.



Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Engir nýir hlutir (Valkostir – Merkingar)*.
- Flytjið inn ferningsverkfærið á verkfærastikuna (*Skrá-opna*)






Kynning á nýju verkfæri

| | | |
|--|---|--------------|
| | Hringbogi skilgreindur út frá miðju og tveimur punktum | Nýtt! |
| | Ábending: Smellið á miðju hringbogans. Veljið síðan tvo punkta sem skilgreina geisla og lengd bogans. | |

Ábending: Verið viss um að þið kunnið að nota þetta verkfæri áður en þið hefjið myndsmíðina. Notið stikuhjálpinu ef þið kunnið ekki að nota það.



Smíðuferli

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Notið ferningsverkfærið til að búa til ferning með hliðarlengd 1 <u>Ábending:</u> Látið punktana tvo vera á samliggjandi hnitpunktum á grind. |
| 2 |  | Búið til annan eins ferning undir þeim fyrri. <u>Ábending:</u> Endurnýtið punkta þannig að ferningarnir snertist. |
| 3 |  | Búið til þriðja ferninginn með hliðarlengd 2 við hliðina á ferningum eitt og tvö. |
| 4 |  | Haldið áfram að búa til ferninga með hliðarlengdir 3, 5, 8 og 13. Raðið þeim rangsælis upp. |
| 5 |  | Búið til hringboga innan fyrsta ferningsins. <u>Ábending:</u> Látið hægra hornið niðri vera miðju hringbogans, látið svo hægra hornið uppi og vinstra hornið niðri vera punktana tvo sem skilgreina bogann. |
| 6 | | Endurtakið skref 5 í öllum ferningum og fáið þannig fram Fibonacci spirallinn. |
| 7 | | Notið <i>Eiginleika</i> til að bæta smíðina (til dæmis breyta lit eða gerð línu). |

6. Að finna út miðpunkt hrings

Aftur í skóla...

Vitið þið hvernig á að finna miðju hrings? Notið hringina (sjá öftustu blaðsíðu þessa vinnublaðs) sem kennarinn lætur ykkur fá (4 á mann) og reynið að finna einhverja leið til að staðsetja miðju þeirra (a) með því að brjóta blaðið saman (b) með blýanti og reglustiku.

Ábendingar:

- Leið 1a: Brjótið blaðið þannig að tvö þvermál hringsins skerist í miðju hans.
- Leið 1b: Getið þið endurtekið þessa smíð með blýanti og reglustiku?
- Leið 2a: Brjótið blaðið til að mynda tvo strengi hringsins ásamt miðpverli þeirra. Skurðpunktur miðpverlanna er í miðju hringsins.
- Leið 2b: Getið þið endurtekið þessa smíð með blýanti og reglustiku?

Notið nú GeoGebru til að endurtaka smíðina í (2b).




Undirbúningur

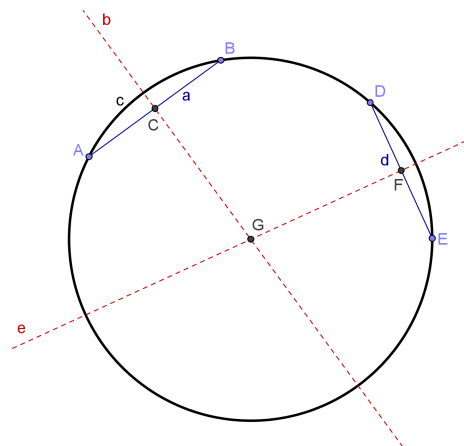
- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Sýnið inntaksreit (valmyndin skoða)

Smíðuferli


| | |
|----|--|
| 1 | Sláið inn jöfnu hringins c : $x^2 + y^2 = 16$ |
| 2 | Búið til streng a í hringnum c <u>Ábending</u> : Strengur er línustrik með endapunkta á hringnum. |
| 3 | Búið til miðpunkt C á strengnum a . |
| 4 | Búið til línu b sem er hornrétt á strenginn a og gengur gegnum C . <u>Ábending</u> : b er miðpverill strengsins a . |
| 5 | Búið til annan streng d í hringnum c . |
| 6 | Merkið inn miðpunkt F á strengnum d . |
| 7 | Búið til línu e sem er hornrétt á strenginn d og gengur gegnum F . |
| 8 | Finnið punkt G sem er skurðpunktur, línanna b og e . <u>Ábending</u> : Punkturinn G er miðpunktur hringins c . |
| 9 | Notið <i>Eiginleika</i> til að bæta smíðina (til dæmis breyta lit eða gerð línu). |
| 10 | Sannreynið smíðina með því að færa strengina til. |

Viðfangsefni

- Hakið við *Myndsmíðarspilari* (Skoða) smellið á Spila til að rifja upp öll skref myndsmíðarinnar
- Setjið rofstaði inn í *Verklýsingu myndsmíðar* til að safna saman nokkrum skrefum í myndsmíðinni (opnaðu *Verklýsing myndsmíðar Skoða – Rofstaður*).  þegar þið hafið valið rofstaði, hakið þá við *Sýna bara*





rofstaði. 

- Flytjið smíðina út sem kvikt vinnublað, html. Hakið við *Sýna valmynd* undir flípanum *Meira* í valglugganum. Vistið skrána undir nafninu *Midja_hrings1.html*.
- Opnið kvika vinnublaðið og skoðið *Verklýsingu myndsmíðar* til að rifja upp og skrifið hjá ykkur hvaða hlutir voru notaðir við smíðina.



7. Að sérsníða tækjastikuna

Núna er sýnt hvernig sérsníða má verkfærastikuna til að takmarka aðgang nemenda að verkfærum.

1. Í *Verkfærum* smellið á *Sérsníða verkfærastiku...*
2. Í glugganum vinstra megin eru öll verkfærin sem eru sjálfgefin á verkfærastikunni. Ef smellt er á + táknið fyrir framan nafnið opnast verkfærakassi með fleiri verkfærum. Í glugganum hægra megin eru öll verkfæri sem til eru í GeoGebru.
3. Veljið orðið *Skil* í vinstri glugganum. Smellið á *Eyða>* hnappinn nokkrum sinnum þar til aðeins *Færa* er eftir í glugganum.
4. Smellið á + táknið fyrir framan *Færa* til að opna verkfærakassann. Veljið *Snúa um punkt* og smellið á *Eyða>* hnappinn tvisvar. *Færa* ætti núna að vera eina verkfærið í vinstri glugganum.
5. Lokið *Færa* verkfærakassanum í vinstri glugganum með því að smella á – táknið.
6. Veljið *Skurðpunktur tveggja hluta* í hægri glugganum og smellið á < *Setja inn*.
7. Endurtakið skref 6 fyrir öll þau verkfæri sem þarft til að smíða miðju hring (*••• Miðja eða miðpunktur*, *••• Línustrik milli tveggja punkta*, *••• Hornrétt lína*).
8. Notið *Upp* og *Níður* hnappana til að breyta röð verkfæranna í vinstri glugganum.
9. Smellið á *Beita* þegar þið eruð búin.
10. Nú ætti sérsníðna verkfærastikan að blasa við.

Viðfangsefni

- Eyðið öllum hlutum nema hringnum.
- Flytjið þessa nýju smíð út sem kvikt vinnublað (valmynd *Skrá*) sem inniheldur sérsníðnu verkfærastikuna og stikuhjálp (gluggi *Flytja út* – flípi *Meira*).
- Vistið kvika vinnublaðið undir nafninu *Midja_hrings.html*.

8. Áskorun: Uppgötvun Eulers

Viðfangsefni

- Smíðið eftirfarandi þrjá punkta þríhyrnings: ummiðju, hæðaskurðpunkt og þungamiðju. Búið til og vistið sérsníðin verkfæri fyrir hvern þessara punkta.

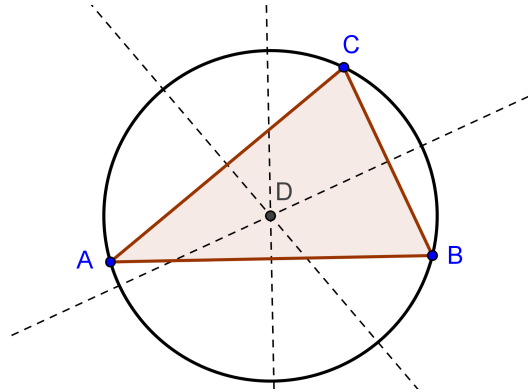


- Notið sérsniðnu verkfærin til að finna sambandið á milli punktanna þriggja eins og svissneski stærðfræðingurinn Euler gerði á 18. Öld, hann hafði augljóslega ekki kvik forrit eins og GeoGebru við höndina!

Ummiðja þríhyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Merkingingar-Nýjir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.



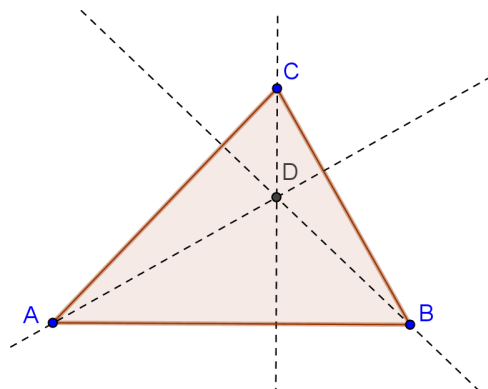
Smíðaferli

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Þríhyrningur ABC |
| 2 | | Miðþverill d , e , og f fyrir allar hliðar þríhyrningsins <u>Ábending:</u> Verkfærið <i>Miðþverill</i> er hægt að nota á línustrik sem búið er að teikna. |
| 3 | | Finnið punkt D sem er skurðpunktur tveggja þverla úr síðasta lið. |
| 4 | | Gerið hring með miðju í D í gegnum einhvern hornpunkta ABC |
| 5 | | Endurnefnið punktinn D <i>Ummiðja</i> . |
| 6 | | Beytið dragprófi til að sannreyna smíðina. |
| 7 | | Búið til sérsniðið verkfæri fyrir ummiðju þríhyrnings. <u>Úttakshlutir:</u> punktur <i>Ummidja</i> <u>Setja inn hluti:</u> punktar A , B og C <u>Nafn:</u> Ummidja <u>Stíkuhjálpr:</u> Smellið á þrjá punkta |
| 8 | | Vistið sérsniðna verkfærið undir nafninu <i>ummidja.ggt</i> . |

Hæðapunktur þríhyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Merkingingar-Nýir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.





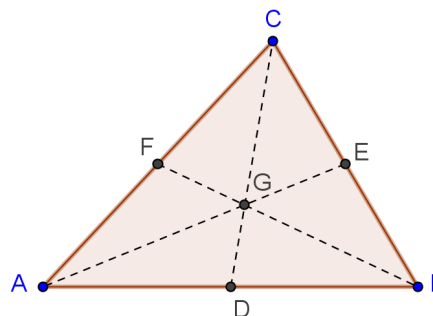
Smíðuferli

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Þríhyrningur ABC |
| 2 | | Hornréttar línur d , e og f á hverja hlið þríhyrningsins í gegnum mótlægan hornpunkt. |
| 3 | | Finnið punkt D sem er skurðpunktur tveggja lína (t.d. e og f) |
| 4 | | Endurnefnið D <i>Hæðaskurðpunktur</i> . |
| 5 | | Beytið dragprófi til að sannreyna smíðina. |
| 6 | | Búið til sérsniðið verkfæri fyrir hæðaskurðpunkt þríhyrnings. <u>Úttakshlutir:</u> punktur <i>Hæðaskurðpunktur</i> <u>Setja inn hluti:</u> punktar A , B og C <u>Nafn:</u> Hæðaskurðpunktur <u>Stíkuhjálp:</u> Smellið á þrjá punkta |
| 7 | | Vistið sérsniðna verkfærið undir nafninu <i>haedaskurdpunktur.ggt</i> . |

Þungamiðja þríhyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Merkingingar-Nýir punktar eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.



Smíðuferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Þríhyrningur ABC |
| 2 | | Miðpunktur D , E og F á hliðum þríhyrningsins. |
| 3 | | Línustrik d , e og f milli hvers miðjupunkts og mótlægs hornpunkts. |
| 4 | | Finndið punkt G sem er skurðpunktur tveggja línustrikanna |
| 5 | | Endurnefnið punktinn G <i>Þungamiðja</i> . |
| 6 | | Beytið dragprófi til að sannreyna smíðina. |



| | | |
|---|--|--|
| 7 | | Búið til sérsníðið verkfæri fyrir þungamiðju þríhyrnings. Úttakshlutir: punktur <i>Þungamiðja</i> Setja inn hluti: punktar <i>A</i> , <i>B</i> og <i>C</i> Nafn: Þungamiðja Stikuhjálp: Smellið á þrjá punkta. |
| 8 | | Vistið sérsníðna verkfærið undir nafninu <i>tungamidja.ggt</i> . |

Hver var uppgötvun Eulers?

Viðfangsefni 1

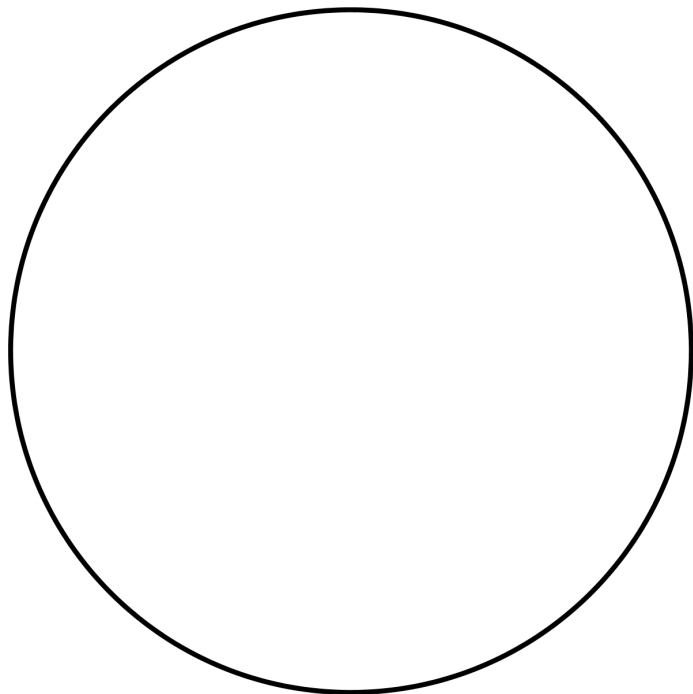
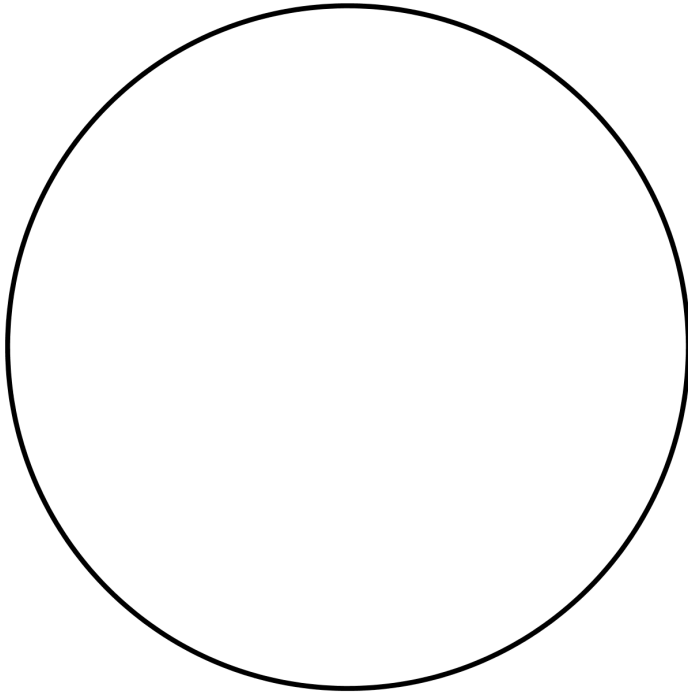
- Opnið nýja GeoGebruskra og flytjið inn á verkfærastikuna sérsníðnu verkfærin (*ummidja.ggt*, *haedapunktur.ggt* og *tungamidja.ggt*).
- Búið til þríhyrning ABC og notið verkfærin á hann til að búa til ummiðju, hæðapunkt og þungamiðju.
- Flytjið hornpunkta þríhyrningsins til að sjá sambandið milli eftirfarandi þriggja stórmerkilegu punkta: ummiðju, hæðapunkts og þungamiðju. Notið rúmfræðiverkfæri úr GeoGebru til að sjá sambandið milli punktanna.

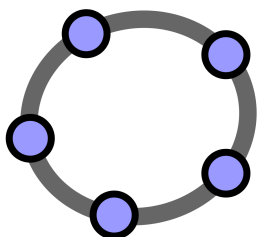
Viðfangsefni 2

- Opnið nýja GeoGebruskra. Sérsníðið verkfærastikuna þannig að á henni séu eftirfarandi verkfæri: *Færa*, *Marghyrningur*, *Lína gegnum tvo punkta*, *Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti*, *Ummidja*, *Haedapunktur* og *Tungamidja*.
- Flytjið þessa tómu skra út sem kvikt vinnublað sem innheldur sérsníðnu stikuna. Semjið leiðbeiningar sem hjálpa nemendum að uppgötva Euler línu þríhyrnings.



Vinnublað til að staðsetja miðju hrings





Skilyrtur sýnileiki og runur

GeoGebra verkefnapakki 8

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

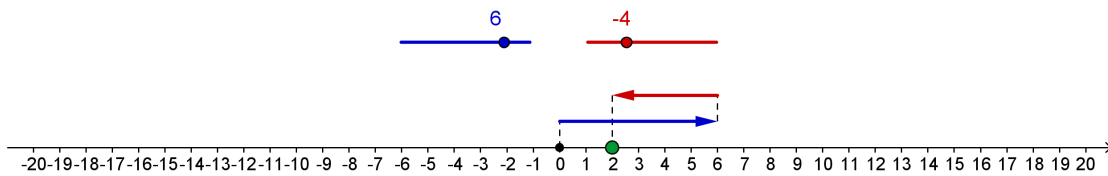
| | |
|---|-----|
| Myndræn túlkun á samlagningu heiltalna..... | 109 |
| Skilyrt snið – gátretir settir inn | 111 |
| Kynning á runum | 115 |
| Margföldun náttúrulegra talna sýnd myndrænt | 117 |
| Áskorun: Strengjalist með Bézier ferlum | 119 |







1. Myndræn túlkun á samlagningu heiltalna

Undirbúningur






- Opnið nýja GeoGebruskra.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Allir nýjir hlutir (Valkostir – Merkingar)*.



Smíðuferli

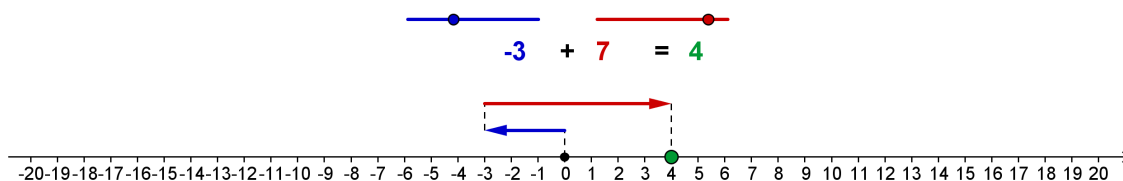
| | |
|----|--|
| 1 | Opnið <i>Eiginleika</i> teikniborðs. <u>Ábending:</u> Hægrismellið (MacOS: <i>Ctrl</i> – smella) á teikniborðið og veljið teikniborð. |
| 2 | Veljið <i>Fjarlægð</i> í xÁs-flípanum og sláið inn 1 í reitinn. |
| 3 | Stillið <i>min</i> á -21 og <i>max</i> á 21. |
| 4 | Takið hakið af <i>Sýna</i> í yÁs-flípanum. |
| 5 | Lokið <i>Eiginleika</i> glugganum. |
| 6 |  Rennistika tölu a á bili -10 til 10 með stighækkun 1. |
| 7 |  Rennistika tölu b á bili -10 til 10 með stighækkun 1.. |
| 8 | Sýnið gildi rennistikunnar í stað nafns (<i>Eiginleikar</i>). <u>Ábending:</u> <i>Eiginleikar – Grunneiginleikar – Sýna merki</i> |
| 9 |  Punktur $A = (0, 1)$ |
| 10 | Punktur $B = A + (a, 0)$ <u>Ábending:</u> Fjarlægð punkts B frá A ræðst af rennistiku a . |
| 11 |  Vigur $u = \text{Vigur}[A, B]$ sem hefur lengdina a . |



| | | |
|----|---|---|
| 12 | | Punktur $C = B + (0, 1)$ |
| 13 | | Punktur $D = C + (b, 0)$ |
| 14 |  | Vigur $v = \text{Vigur}[C, D]$ sem hefur lengdina b . |
| 15 | | Punktur $R = (x(D), 0)$. Ábending: $x(D)$ er x-hnit punktsins D . Punkturinn R sýnir þá niðurstöðu samlagningarinnar á talnalínunni. |
| 16 |  | Punktur $Z = (0, 0)$ |
| 17 |  | Línustrik $g = \text{Línustrik}[Z, A]$ |
| 18 |  | Línustrik $h = \text{Línustrik}[B, C]$ |
| 19 |  | Línustrik $i = \text{Línustrik}[D, R]$ |
| 20 | | Notið <i>Eiginleika</i> til að bæta smíðina (til dæmis með því að hafa sama lit á rennistiku og samsvarandi vigur, breyta gerð línu, festa rennistikur, fela óþarfa merkingar). |

Kvikum texta bætt við

Bætið smíðina með kvikum texta sem sýnir samsvarandi samlagningardæmi. Til að geta haft dæmið í mismunandi litum, þarf að setja inn kvikan texta í skrefum.



| | | |
|---|-----|--|
| 1 | | Reiknið svarið við samlagningardæminu: $r = a + b$ |
| 2 | ABC | Setjið inn kvikan texta <i>texti1</i> : a |
| 3 | ABC | Setjið inn texta <i>texti2</i> : + |
| 4 | ABC | Setjið inn kvikan texta <i>texti3</i> : b |
| 5 | ABC | Setjið inn <i>texti4</i> : = |
| 6 | ABC | Setjið inn <i>texti5</i> : r |



| | |
|----|--|
| 7 | Breytið lit á <i>texti1</i> , <i>texti3</i> , og <i>texti5</i> þannig að hann samsvari lit rennistika, vigra og punktsins <i>R</i> . |
| 8 | Raðið textanum á teikniborðið. |
| 9 | Felið merkingar rennistikanna og festið textann (<i>Eiginleikar</i>). |
| 10 | Flytjið út sem kvikt vinnublað. |

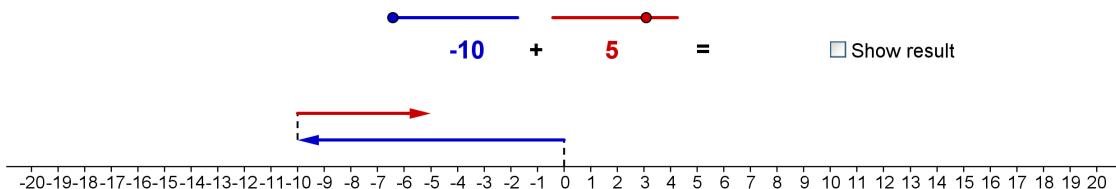
2. Skilyrt snið – gátreitir settir inn

Kynning á nýju verkfæri

| | | |
|---|--|--------------|
| | Gátreitir til að sýna og fela hluti | Nýtt! |
| Ábending: Smellið á teikniborð til að fá valmynd gátreits. Sláið inn skýringartexta og veljið hluti sem á að sýna / fela með gátreitnum úr fellilistanum. | | |

Smíðuferli

Setjið gátreit á teikniborðið sem gerir ykkur kleift að sýna eða fela útkomu samlagningardæmisins.



| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Virkjið <i>Gátreit til að sýna og fela hluti</i> . |
| 2 | | Smellið á teikniborðið, við hlið útkomu samlagningar, til að staðsetja reitinn. |
| 3 | | Sláið inn <i>Sýna</i> útkomu í skýringartextareitinn. |
| 4 | | Veljið <i>texti5</i> úr fellilistanum. Sýnileiki hans stjórnast nú af gátreitnum. |
| 5 | | Smellið á <i>Beita</i> til að búa til gátreitinn. |
| 6 | | Prófið gátreitinn. Kannið hvort hlutir birtist og hverfi eins og til er ætlast. |
| 7 | | Festið gátreitinn svo hann færisk ekki til (<i>Eiginleikar</i>). |
| 8 | | Flytjið þessa nýju gagnvirku mynd sem kvikt vinnublað. |



Boolean breytur

Gátreitir til að sýna / fela hluti, er myndræn framsetning Boole-breyta í GeoGebru. Þær eru annað hvort sannar eða ósannar, en það er hægt að sýna með því að haka við (Boole breyta hefur gildið = true eða satt) eða taka hakið af (Boole breyta hefur gildið = false eða ósatt) gátreitnum.

1. Opnið *Eiginleika* og smelltu á + merkið fyrir framan *Boole-gildi*. Listi Boole-gilda hefur aðeins hlutinn *j*, sem hefur myndræna framsetningu sem gátreitirinn.
2. Veljið *texti5* úr listanum í *Eiginleikum*.
3. Smellið á *Meira* flipann og skoðið reitinn *Skilyrði þess að hlutur sé sýndur*. Hann sýnir gátreitinn *j*.
Ábending: Þetta þýðir að sýnileiki *texti5* veltur á því hvort hakað er við gátreitinn.
4. Veljið punkt *R* úr listanum í *Eiginleikum*. Smellið á *Meira*. Reitirinn *Skilyrði þess að hlutur sé sýndur* er tómur.
5. Sláið inn *j* í reitinn *Skilyrði þess að hlutur sé sýndur*. Sýnileiki punktsins *R* veltur nú líka á gátreitnum.
6. Endurtakið skref 4 og 5 fyrir línustrikið *i* sem tengir seinni vigurinn við punkt *R* á talnalínunni.

Ábending: Gátreitirinn stjórnar núna þremur kvikum hlutum í smíðinni, *texti5* (sem sýnir útkomu samlagningarinnar), punkti *R* og línustriki *i* (sem sýnir útkomuna á talnalínunni).

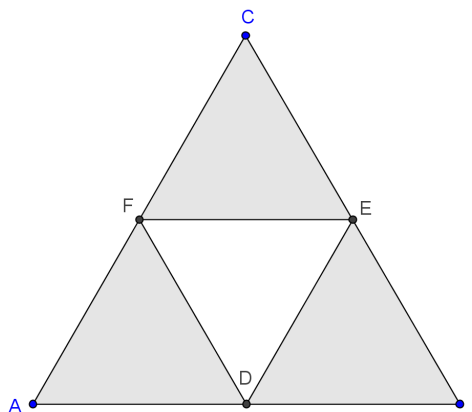


Sierpinski þríhyrningurinn

Núna lærið þið að búa til sérsniðið verkfæri sem auðveldar smíði á svokölluðum Sierpinski þríhyrningi.

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn* – *Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Hakið við *Nýjir punktar eingöngu* (*Valkostir* – *Merkingar*).



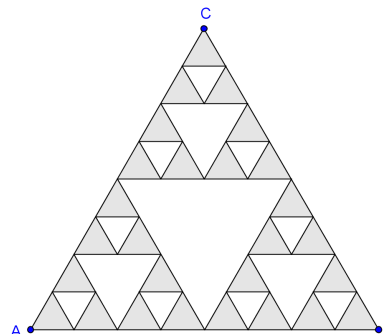
Smíðuferli

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Búið til þríhyrning ABC |
| 2 | | Breytið lit þríhyrningsins í svartan (<i>Eiginleikar</i>). |
| 3 | | Búið til miðpunkt D á hliðina AB |
| 4 | | Búið til miðpunkt E á hliðina BC |
| 5 | | Búið til miðpunkt F á hliðina AC |
| 6 | | Búið til þríhyrninginn DEF |
| 7 | | Breytið lit þríhyrningsins DEF í hvítan og aukið fyllingu í 100% (<i>Eiginleikar</i>) |
| 8 | | Breytið lit hliða þríhyrningsins DEF í svartan (<i>Eiginleikar</i>). |
| 9 | | Búið til nýtt verkfæri sem kallast <i>Sierpinski</i> . <u>Úttakshlutir:</u> punktar D , E , og F , þríhyrningur DEF , hliðar þríhyrnings DEF <u>Setja inn hluti:</u> punktar A , B , og C <u>Nafn:</u> <i>Sierpinski</i> <u>Stikuhjálp:</u> Smellið á þrjá punkta. |
| 10 | | Notið nýja verkfærið á svörtu þríhyrningana þrjá, ADF , DBE , og FEC til að búa til annað stig Sierpinski þríhyrningsins. |
| 11 | | Notið verkfærið á svörtu þríhyrningana níu til að búa til þriðja stig Sierpinski þríhyrningsins. |

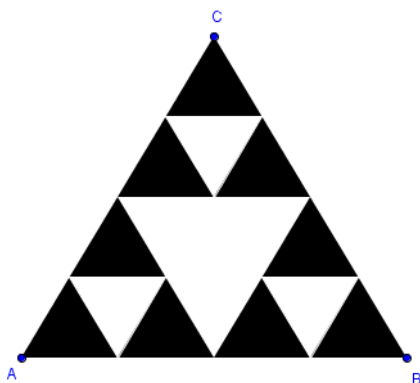


Skilyrtur sýnileiki

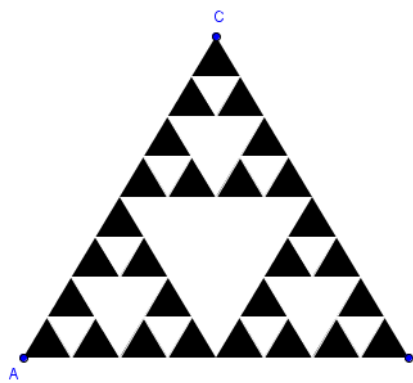
Setjið inn gátreiti sem gera ykkur kleift að sýna og fela mismunandi stig Sierpinski þríhyrningsins.



| | | |
|---|-------------------------------------|--|
| 1 | | Felið alla punkta nema A, B, og C. |
| 2 | <input checked="" type="checkbox"/> | Búið til <i>gátreit til að sýna og fela hluti</i> sem sýnir / felur fyrsta stig Sierpinski þríhyrningsins. Skýringartexti: Stig 1 Valdir hlutir: Stóri hvíti þríhyrningurinn og hliðar hans. |
| 3 | | Veljið <i>Færa</i> og prófið hvort gátreiturinn sýnir og felur hvíta þríhyrninginn og hliðar hans. |
| 4 | <input checked="" type="checkbox"/> | Búið til <i>gátreit til að sýna og fela hluti</i> sem sýnir / felur annað stig Sierpinski þríhyrningsins. Skýringartexti: Stig 2 Valdir hlutir: Þrír hvítir þríhyrningar og hliðar þeirra. |
| 5 | | Veljið <i>Færa</i> og prófið hvort gátreiturinn sýnir og felur annað stig Sierpinski þríhyrningsins. |
| 6 | <input checked="" type="checkbox"/> | Búið til <i>gátreit til að sýna og fela hluti</i> sem sýnir / felur þriðja stig Sierpinski þríhyrningsins Skýringartexti: Stig 3 Valdir hlutir: Níu litlir hvítir þríhyrningar og hliðar þeirra. |
| 7 | | Veljið <i>Færa</i> og prófið hvort gátreiturinn sýnir og felur þriðja stig Sierpinski þríhyrningsins. |



- Stig 1
- Stig 2
- Stig 3



- Stig 1
- Stig 2
- Stig 3



3. Kynning á runum

GeoGebra býr yfir skipuninni *Runa* sem býr til lista af hlutum. Gerð hlutar, lengd rununnar (fjöldi hluta sem búnir eru til) og skreflengd (þ.e. bil milli hluta) er hægt að ákvarða með því að nota eftirfarandi skipun:

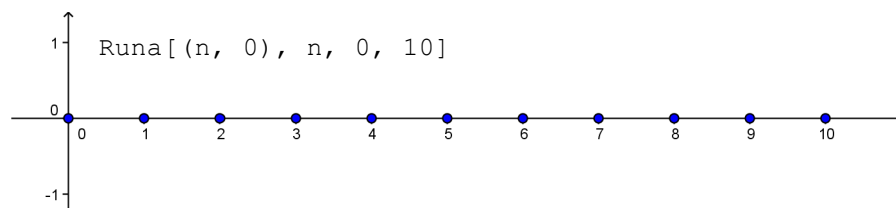
```
Runa [<stæða>, <breyta>, <frá>, <til>, <skreflengd>]
```

Skýringar:

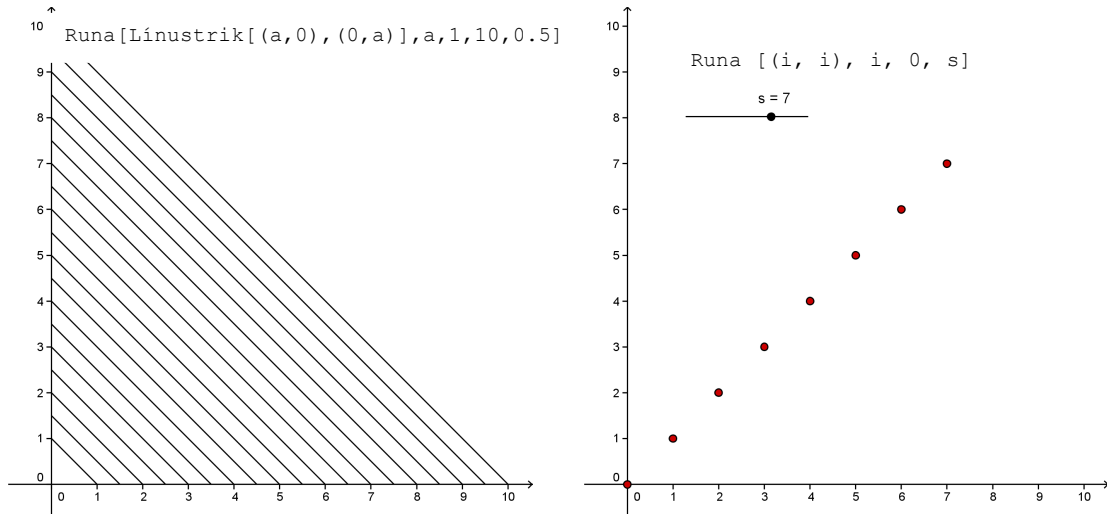
- **<stæða>:**
Ákvarðar gerð hlutarins. Stæðan þarf að innihalda breytu (til dæmis $(i, 0)$ með breytunni i).
- **<breyta>:**
Gefur nafn breytunnar
- **<frá>, <til>:**
Ákvarðar bilið sem breytan er notuð á (til dæmis frá 1 til 10)
- **<skreflengd>:**
Er valfrjáls og ákvarðar skreflengd breytunnar (til dæmis 0.5)

Dæmi um runur

- `Runa [(n, 0), n, 0, 10]`
 - Býr til lista 11 punkta eftir x-ás
 - Punktarnir hafa hnitin $(0, 0), (1, 0), (2, 0), \dots, (10, 0)$



- `Runa[Línustrik[(a, 0), (0, a)], a, 1, 10, 0.5]`
 - býr til lista af línustrikum með bilinu 0.5
 - hvert línustrik tengir saman punkt á x-ás við punkt á y-ás (til dæmis punkt $(1, 0)$ og $(0, 1)$; punkt $(2, 0)$ og $(0, 2)$)



- Ef s er rennistika á bilinu 1 til 10 með stighækkun 1, þá gerir skipunin `Runa [(i, i), i, 0, s]`
 - lista af $s + 1$ punktum sem hægt er að lengja /stytta með því að draga til rennistikuna s
 - Punktarnir hafa hnitin $(0, 0), (1, 1), \dots, (10, 10)$



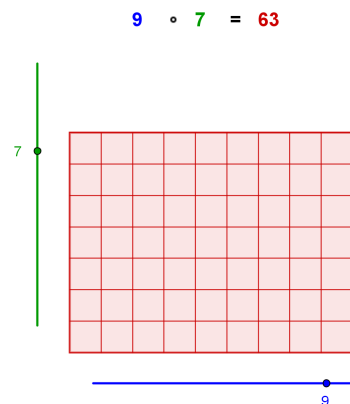
4. Margföldun náttúrulegra talna sýnd myndrænt

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Einfaldur rúmfræðigluggi*.
- Sýnið *Inntaksreit* (valmyndin skoða)
- Hakið við *Allir nýjir hlutir* (*Valkostir – Merkingar*).

Smíðuferli

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Búið til lárétta rennistiku, <i>Dálkar</i> , fyrir tölur á bilinu 1 til 10 með stighækkun 1 og breidd 300 |
| 2 | | Búið til nýjan punkt <i>A</i> |
| 3 | | Búið til línustrik <i>a</i> af lengdinni <i>Dálkar</i> frá punktinum <i>A</i> |



| | | |
|----|--|--|
| 4 | | Færið rennistikuna <i>Dálkar</i> til að skoða línustrikið af gefnu lengdinni. |
| 5 | | Búið til hornréttu línu <i>b</i> á línustrikið <i>a</i> gegnum punktinn <i>A</i> |
| 6 | | Búið til hornréttu línu <i>c</i> á línustrikið <i>a</i> gegnum punktinn <i>B</i> |
| 7 | | Búið til lóðrétta rennistiku <i>Raðir</i> , fyrir tölur á bilinu 1 til 10 með stighækkun 1 og breidd 300 |
| 8 | | Búið til hring <i>d</i> með miðju í <i>A</i> og geisla <i>Raðir</i> |
| 9 | | Færið rennistikuna <i>Raðir</i> til að skoða hringinn.. |
| 10 | | Finnið skurðpunkt hringins <i>d</i> við línuna <i>b</i> , <i>C</i> |

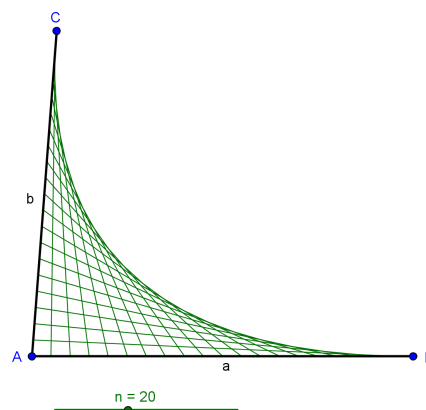


| | | |
|----|-------|--|
| 11 | | Búið til línu e samsíða línustrikinu a gegnum punktinn C |
| 12 | | Finnið skurðpunkt c og e , D |
| 13 | | Búið til marghyrning $ABDC$ |
| 14 | | Felið allar línur, hringinn d og línustrikið a . |
| 15 | $A A$ | Felið merkingar línustrika |
| 16 | | Stillið gildi rennistikanna $Dálkar$ og $Raðir$ á 10. |
| 17 | | <p>Gerðu lista lóðréttra línustrika</p> <p>Runa [Línustrik [A+i*(1, 0), C+i*(1, 0)], i, 1, Dálkar]</p> <p><u>Athugasemd:</u></p> <p>$A + i*(1, 0)$ skilgreinir röð punkta sem byrja á punkti A með bil 1 á milli þeirra</p> <p>$C + i*(1, 0)$ skilgreinir röð punkta sem byrja á punkti C með bil 1 á milli þeirra</p> <p>Línustrik [A + i*(1, 0), C + i*(1, 0)] býr til lista línustrika milli þessara punkta. Taktu eftir að endapunktur línustrikanna sjást ekki í myndaglugganum.</p> <p>Rennistikan $Dálkar$ ákvarðar fjölda línustrika.</p> |
| 18 | | <p>Gerðu lista láréttra línustrika</p> <p>Runa [Línustrik [A+i*(0, 1), B+i*(0, 1)], i, 1, Raðir]</p> |
| 19 | | Færið rennistikurnar $Dálkar$ og $Raðir$ til að kanna smíðina. |
| 20 | ABC | <p>Setjið inn fastan og kvikan texta sem sýna margföldunardæmið, með því að nota gildi rennistikanna $Dálkar$ og $Raðir$:</p> <p><i>texti1:</i> Dálkar</p> <p><i>texti2:</i> *</p> <p><i>texti3:</i> Raðir</p> <p><i>texti4:</i> =</p> |
| 21 | | <p>Reiknið <i>niðurstöðu</i> margföldunarinnar:</p> <p>$niðurstaða = Dálkar * Raðir$</p> |
| 22 | ABC | Setjið inn kvika textann <i>texti5:</i> niðurstaða |
| 23 | | Felið punkta A , B , C , og D |
| 24 | | Bætið smíðina með <i>Eiginleikum</i> . |



5. Áskorun: Strengjalist með Bézier ferlum

Bézier ferlar eru stíkaðir ferlar sem notaðir eru í tölvugrafík. Til dæmis eru þeir notaðir til að gera leturgerðir þannig að útlínur stafanna verði mýkri. Búum til „strengjalist“ sem byggist á Bézier ferlum.



Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Rúmfræði*.
- Sýnið *Inntaksreit* (valmyndin skoða)
- Hakið við *Allir nýjir hlutir* (Valkostir – Merkingar).

Smíðuferli

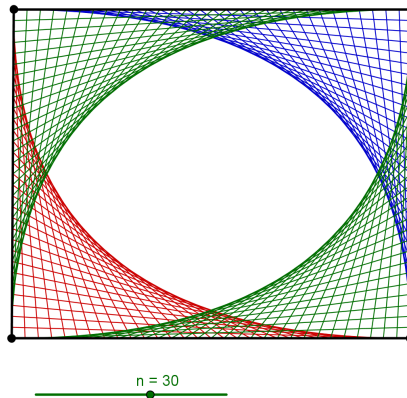
| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Búið til línustrik a með endapunktana A og B |
| 2 | | Búið til línustrik b með endapunktana A og C |
| 3 | | Búið til rennistiku n á bilinu 0 til 50, stighækkun 1, og breidd 200 |
| 4 | | Búið til Runa $[A + i/n (B - A), i, 1, n]$ <u>Ábending:</u> Þessi runa býr til lista n punkta eftir línustrikinu AB . Bilið milli punktanna er $1/n$ af lengd striksins a . |
| 5 | | Búið til Runa $[A + i/n (C - A), i, 1, n]$ <u>Ábending:</u> Þessi runa býr til lista n punkta eftir línustrikinu AC . Bilið milli punktanna er $1/n$ af lengd striksins b . |
| 6 | | Felið báða listana. |
| 7 | | Gerið lista af línustrikum Runa $[Línustrik [Stak [Listi1, i], Stak [Listi2, n-i]], i, 1, n]$ <u>Ábending:</u> Þessi línustrik tengja saman fyrsta og síðasta, annað og næst síðasta, ..., síðasta og fyrsta punkta $lista1$ og $lista2$. |
| 8 | | Bætið smíðina með <i>Eiginleikum</i> . |
| 9 | | Færið punkta A , B , og C til að breyta lögun Bézier ferilsins. |
| 10 | | Dragið til rennistikuna n til að breyta fjölda línustrika sem búa til Bézier ferilinn. |

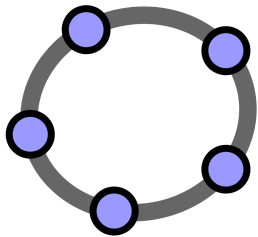


Athugasemd: Línustrikin sem búið voru til, eru snertlar við annarsstigs Bézier feril.

Viðfangsefni

Gerðu meiri „strengjalist“ með runum punkta og línustrika.





Töflureiknir og Helstu hugtök úr tölfræði

GeoGebra verkefnapakki 9

www.geogebra.org

Efnisyfirlit

| | |
|--|-----|
| Inngangur að notendasýn töflureiknis í GeoGebra..... | 122 |
| Að setja inn í töflureikninn | 123 |
| Mynstur afritun og Línulegar jöfnur | 125 |
| Tilraunir með talnamynstur | 127 |
| Punktarit og jafna bestu línu | 131 |
| Áskorun: Leiðangur um grunnskipanir í tölfræði | 133 |



1. Inngangur að notendasýn töflureiknis í GeoGebra

Innsláttur í reiti töflureiknisins

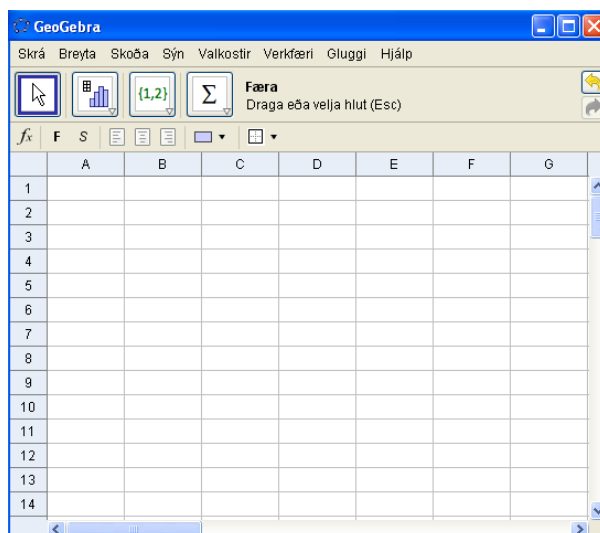
Með því að fara í *Skoða-töflureiknir* (skoða valmyndin) fáum við fram töflureikni GeoGebra en hann höfum við ekki fjallað um áður í þessari bók. Í töflureikninum hefur sérhver reitur **sérstakt nafn** sem gerir ykkur kleift að fylla út eða kalla í þann reit með beinum hætti. Til dæmis fær reiturinn í dálki A og röð 1 heitið A1. Athugið: Þessi heiti reitanna er hægt að nota í skilgreiningum og skipunum til að uppfæra viðkomandi reit.

Í þessa reiti töflureiknisins er ekki bara hægt að setja inn tölur, heldur hvaða tegund af stærðfræðilegum hlutum sem GeoGebra styður (t.d. hnit punkts, föll, skipanir). Eftir að hluturinn hefur verið sleginn inn í reitinn, þá birtir GeoGebra sjálfkrafa grafíska samsvörun hlutarins á teikniborðinu, þegar það er á annað borð hægt. Í framhaldinu fylgjast svo heiti hlutarins og reiturinn að, t.d. gæti hlutur fengið heiti eins og A5 , C1.

Athugasemd: Það er sjálfgefið að hlutir töflureiknis eru skilgreindir sem hjálparhlutir í algebruglugganum. Þið getið alltaf séð eða falið hjálparhluti með því að fara í *Skoða* og haka við *Hjálparhlutir*.

Að sérsníða notendaviðmót og verkfærastiku

Notendaviðmót GeoGebra er hægt að sérsníða með því að nota *Skoða* valmyndina. Til dæmis, getið þið sýnt mismunandi hluta viðmótsins (t.d. töflureikni, algebruglugga, myndaglugga o.s.frv.) með því að haka við viðkomandi atriði í *Skoða* valmyndinni.

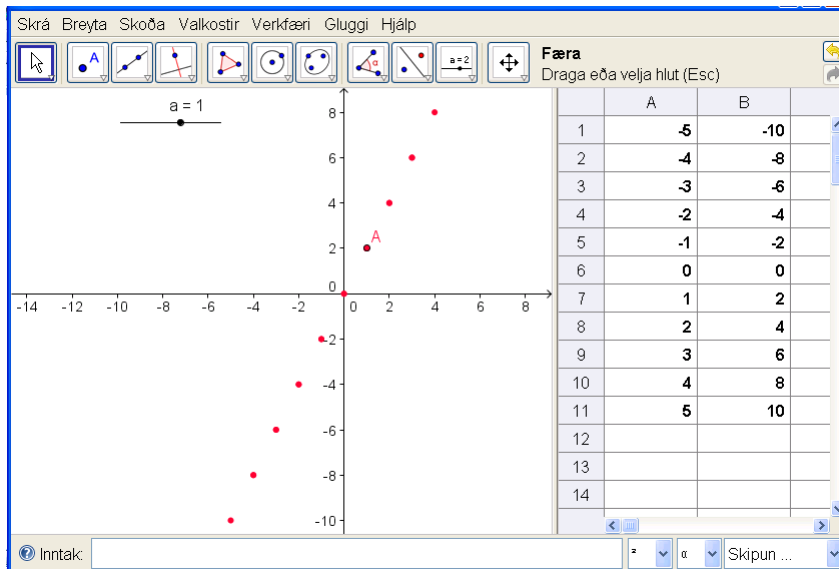




2. Að setja inn í töflureikninn

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Tafla og mynd*.
- Sýnið *Inntaksreit* (valmyndin skoða)



Kynning á nýju verkfæri

| | | |
|--|---------------------------|--------------|
| | Skrá í töflureikni | Nýtt! |
|--|---------------------------|--------------|

Smíðuferli

| | | |
|---|---------------|--|
| 1 | | Búið til rennistiku a með sjálfvöldu bili og stighækkun 1. |
| 2 | $A = (a, 2a)$ | Búið til punktinn A með því að skrifa $A = (a, 2a)$ í inntaksreitinn. <u>Ábending:</u> Gildi rennistikunnar a mun ákvarða x -hnit punktsins A og y -hnitið er margfeldi af x -hnitinu og tveimur. |
| 3 | $A A$ | Veljið að sýna merki punktsins A í myndaglugganum. |
| 4 | | Breytið gildi rennstikunnar til að sjá mismunandi staðsetningu punktsins A . |



| | | |
|---|--|---|
| 5 | | Notið <i>Hreyfa teikniborð</i> verkfærið og <i>Pysja út</i> og <i>Pysja inn</i> til að færa teikniborðið þannig að punkturinn <i>A</i> sjáist ávallt. |
| 6 | | Veljið <i>Slóð sýnd</i> fyrir punktinn <i>A</i> . <u>Ábending:</u> Hægrismellið (MacOS: <i>Ctrl</i> -smella) á punktinn <i>A</i> og hakið við <i>Slóð sýnd</i> í valglugganum. |
| 7 | | Breytið nú gildinu á rennistikunni <i>a</i> til að sjá slóðina sem punkturinn <i>A</i> skilur eftir sig í hvert skipti sem gildi rennistikunnar breytist. |
| 8 | | Setjið gildi rennistikunar <i>a</i> jafnt -5. |
| 9 | | Skráið hnit punktsins <i>A</i> í töflureikninn: (1) Veljið verkfærið <i>Skrá í töflureikni</i> . Smellið nú á punkt <i>A</i> til að ljóma hann. <u>Athugasemd:</u> Hnit punktsins birtast þegar í reitum <i>A1</i> (<i>x</i> -hnit) og <i>B1</i> (<i>y</i> -hnit) í töflureikni. (2) Nú skulið þið breyta gildum rennistikunnar <i>a</i> til að skrá öll möguleg hnit punktsins <i>A</i> í töflureikninn. <u>Athugasemd:</u> Ekki velja nýtt verkfæri áður en þið færið rennistikuna. |

Ýmis viðfangsefni

Viðfangsefni 1: Uppgötvun á mynstri *y*-gildanna í dálki *B*

Þið getið látið nemendur spreyta sig á þessu verkefni og láta þá kanna mynstrið í dálki *B* sem inniheldur mismunandi *y*-hnit punktsins *A*. Þið skulið hvetja nemendur til að spá fyrir um feril fallsins sem myndast þegar punkturinn *A* breytir um stöðu. Látið nemendur setja fallið inn í inntaksreitinn til að sannreyna tilgátu sína. Nemendur setja fallið $f(x) = 2x$ í inntaksreitinn til að teikna línu sem fer í gegnum alla punktana.

Viðfangsefni 2: Nýtt dæmi

Breytið *y*-hniti punktsins *A* til að búa til nýtt dæmi:

- Hægrismellið (MacOS: *Ctrl*-smella) á punktinn *A* og veljið 'Eiginleikar...' í valglugganum.
- Í flípanum „Grunneiginleikar“ getið þið breytt *y*-hniti punktsins *A* í textahólfina „Skilgreining“ t.d. í a^2 .
- Notið aðra flípa í *Eiginleikar* til að breyta lit („Litur“) eða stærð („Hönnun“) punktsins *A*.

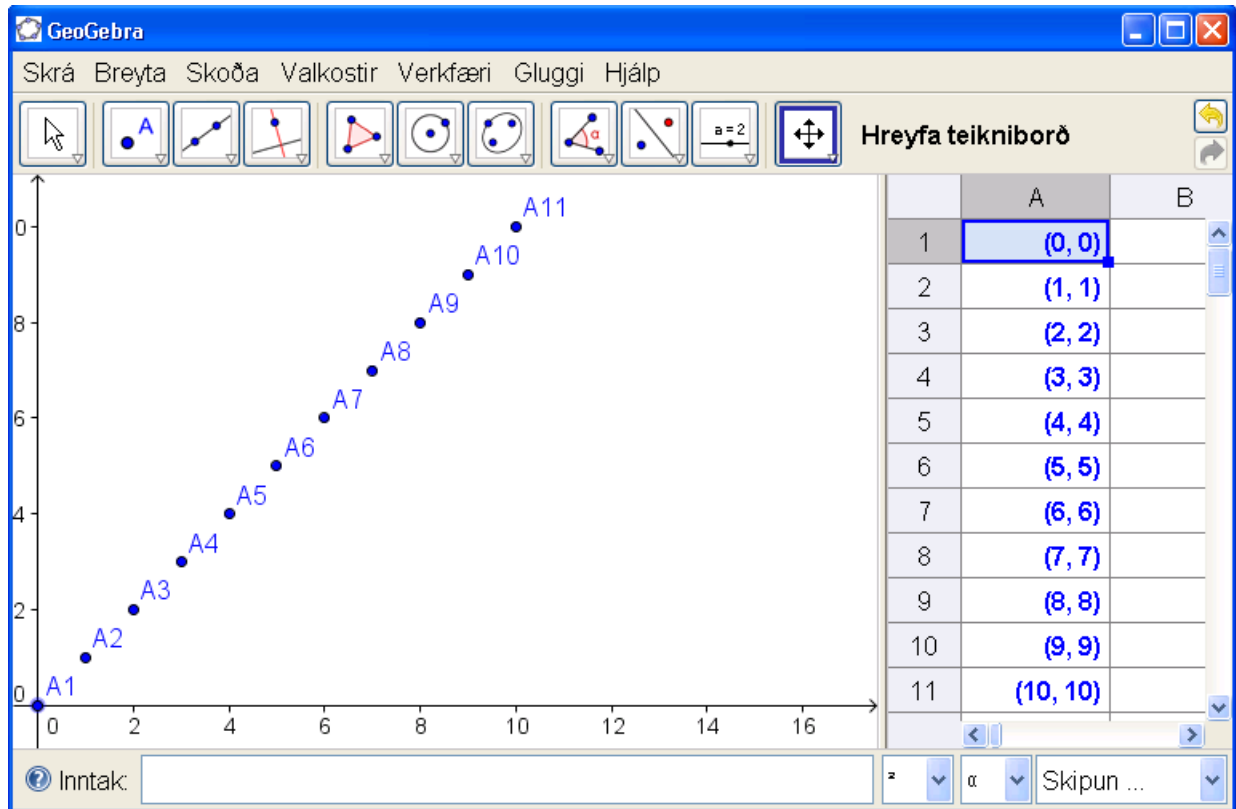


- Lokið Eiginleika glugganum þegar þið hafið breytt því sem þið ætlið að breyta.
- Endurtakið skref 7 til 9 í leiðbeiningunum hér að ofan til að skrá nýjar staðsetningar punktsins A í töflureikninn.
Athugasemd: Ef þið eyðið ekki eldri tölunum úr dálkum A og B mun GeoGebra sjálfkrafa nota næstu tvo tómu dálka (þ.e., dálka C og D) fyrir nýju gildin á x - og y -hnitunum.

3. Mynstur afritun og Línulegar jöfnur

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Tafla og mynd*.
- Sýnið *Inntaksreit* (valmyndin *skoða*)



Smíðuferli

| | | |
|---|----------|---|
| 1 | | Smellið á <i>Hreyfa teikniborð</i> og færið upphafspunkt hnitakerfisins að neðra vinstra horninu í <i>myndaglugganum</i> . |
| 2 | (0, 0) | Smellið á reit <i>A1</i> í <i>töflureikninum</i> og skráið hnit punktsins (0, 0). |
| 3 | (1, 1) | Smellið á reit <i>A2</i> <i>töflureikninum</i> í og skráið hnit punktsins (1, 1). |
| 4 | | Hakið við 'sýna merki' fyrir báða punktana í <i>myndaglugganum</i> . |
| 5 | | <i>Mynsturafritið</i> hnit punktanna yfir í aðra reiti í dálki <i>A</i> í <i>töflureikninum</i> : (1) Ljómið bæði <i>A1</i> og <i>A2</i> með músinni. (2) Smellið á litla kassann í neðra hægri horninu á ljómuðu reitunum. (3) Haldið músahnaðnum niðri og dragið örina niður á reit <i>A11</i> . |
| 6 | | Notið <i>Hreyfa teikniborð</i> verkfærið og <i>Pysja út</i> og <i>Pysja inn</i> til að færa algebrugluggann þannig að allir punktar sjáist. |



Ýmis viðfangsefni

Viðfangsefni 1: Að kanna hnit punktarunu

Hvernig talnaruna myndast við mynstur afritun í töflureikninum eins og er lýst hér fyrir á undan?

Ábending: Skoðið x -hnit allra punktanna og setjið fram tilgátu um það hvernig þeir tengjast. Síðan skulið þið kanna hvort tilgátan stenst fyrir y -hnitin.

Viðfangsefni 2: Finnið jöfnu fallsins sem passar við

Spáið í það hver jafna fallsins ætti að vera þannig að ferill þess fari í gegnum alla punkta rununnar. Skriðið fallið í *inntaksreitinn* til að sannreyna tilgátu ykkar.

Viðfangsefni 3: Búið til nýtt dæmi

Breytið hnitum upphaflegu punktanna til að búa til talnarunu sem nemendur geta kannað.

Útgáfa 1: Breytið hnitum upphaflegu punktanna í *töflureikninum*.

Tvísmellið á reit $A2$ og breytið hnitum punktsins í $(1, 2)$. Þegar ýtt er á *Enter*-hnappinn munu allir punktar tengdir $A2$ breytast sjálfkrafa í *töflureikninum* og *myndaglugganum*.

Útgáfa 2: Breytið hnitum upphaflegu punktanna í *myndaglugganum*

Virkjið verkfærið *Færa* og dragið punktinn $A2$ á annan stað í hnitakerfinu. Allir tengdir punktar munu samstundis breytast á tilsvareandi hátt, bæði í *myndaglugganum* og *töflureikninum*.

Athugasemd: Til að hnit punkta séu eingöngu heiltölur getið þið valið 'Á (Grind)' í 'Föngun punkts' í *Valkostir*. Þið getið valið að sýna hnitakerfið með því að velja 'Grind' í *Skoða*.

Ábending: Með því að breyta hnitum punktsins $A1$ einnig getið þið búið til dæmi um línulegar jöfnur á forminu $y = m x + b$ sem fara ekki í gegnum upphafspunkt hnitakerfisins.

4. Tilraunir með talnamynstur

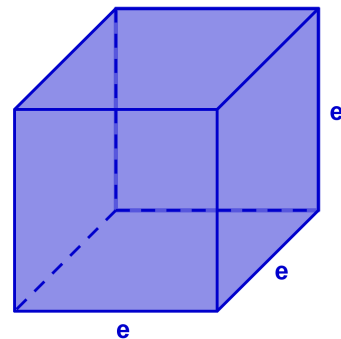
Nú skuluð þið kanna hvernig yfirborðsflatarmál tenings breytist ef hliðarlengd hans breytist.



Undirbúningur og blaði og blýanti

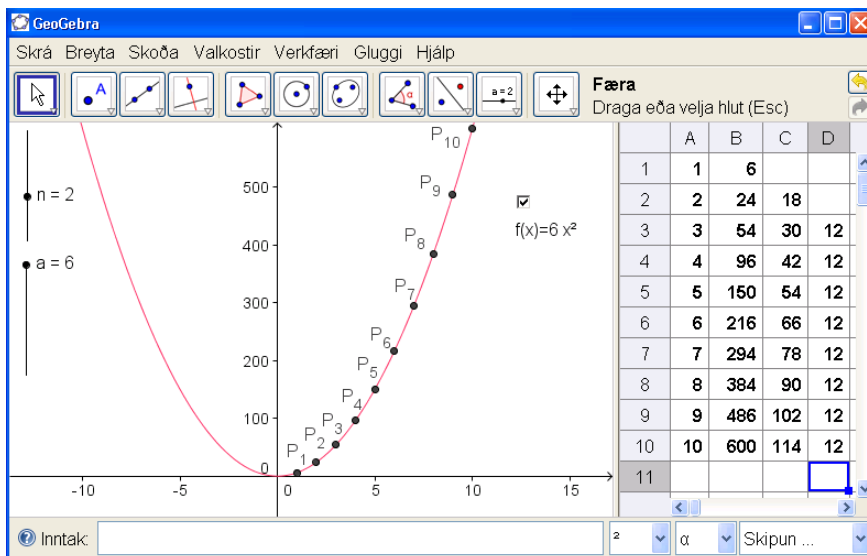
Reiknið yfirborðsflatarmál tenings ef hliðarlengd hans er e . Veljið a.m.k. tvær hliðarlengdir úr hvorri töflu en ekki þær sömu og sessunautur ykkar.

| Hliðar lengd | Yfirborðs flatarmál | Hliðar lengd | Yfirborðs flatarmál |
|--------------|---------------------|--------------|---------------------|
| 1 | | 6 | |
| 2 | | 7 | |
| 3 | | 8 | |
| 4 | | 9 | |
| 5 | | 10 | |



Undirbúningur í GeoGebra


- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Veljið *Sýn – Tafla og mynd*.
- Sýnið *Inntaksreit* (valmyndin skoða)
- Stillið merkingar á *Nýir punktar eingöngu* (Valkostir – merkingar)





Smíðuferli

Að búa til punktarit út frá gögnunum

| | |
|---|--|
| 1 | Setjið eftirfarandi tölur í dálk A í töflureikninum: $A1: 1 \quad A2: 2$ |
| 2 | Ljómið reiti A1 og A2. Mynsturafritaðu gildin til og með reit A10, þannig búið þið til runu mismunandi hliðarlengda. <u>Ábending:</u> Svona búið þið til heiltölur frá 1 til 10. |
| 3 | Í dálk B skulið þið setja yfirborðsflatarmálið (sem þið reiknuðuð áðan) sem samsvarar hliðarlengd í dálki A. <u>Ábending:</u> Þið megið vinna með sessunaut til að klára töfluna. |
| 4 | Veljið reitinn B1 og mynsturs afritið formúluna niður í reit B10. |
| 5 | Búið til punktrit úr gögnunum: (1) Notið músina til að ljóma alla reiti A og B sem innihalda tölur. (2) Hægrismellið (MacOS: <i>Ctrl</i> -smellið) á einn af ljómuðu reitunum og veljið 'Búa til lista af punktum' í valmyndinni. <u>Athugasemd:</u> Gildin í dálki A ákvarða x-hnit og gildin í dálki B ákvarða y-hnit punktanna. <u>Ábending:</u> Punktarnir sem myndast úr gögnunum sjást í algebruglugganum sem listi punkta. GeoGebra kallar hann <i>Listi1</i> . |
| 6 |  Notið verkfærið <i>Hreyfa teikniborð</i> til að breyta kvarða y-ássins þannig að allir punktar séu sjáanlegir í <i>myndaglugganum</i> . <u>Ábending:</u> Veljið verkfærið <i>Hreyfa teikniborð</i> . Smellið á y-ásinn og dragið hann niður þar til þið sjáið töluna 600 á honum. |

Könnun á talnamynstri í dálki B

| | |
|---|--|
| 7 | Setjið formúluna $=B2-B1$ í reit C2 til að reikna mismun tveggja yfirborðsflatarmála. <u>Ábending:</u> Þegar þið hafið sett jafnaðarmerkið inn getið þið smellt á reitinn B2 og nafn hans færast þá inn í virka reitinn C2. |
| 8 | Veljið reitinn C2 og mynsturafritið formúluna niður reit C10. |
| 9 | Setjið formúluna $=C3-C2$ í reit D3 til að reikna mismun þessara tveggja yfirborðsflatarmála. |



10 Veljið reitinn $D3$ og mynsturafritið formúluna niður reit $D10$.

Viðfangsefni 1

Skoðið talnarununa í dálkum C og D . Reynið að geta ykkur til um jöfnu þeirrar margliðu sem fer í gegnum alla punktana í *myndaglugganum* og mun gera ykkur kleift að reikna yfirborðsflatarmál tenings sem hefur hliðarlengdina e .

- Er mögulegt að finna stig margliðunnar með því að skoða runu mismunanna í C og D ?
- Útskýrið fyrir sessunauti hvers vegna við erum stöðugt að reikna mismun tveggja samliggjandi gilda og hvað þessi mismunur þýðir í raun.
- Er mögulegt að ákvarða stuðul margliðunnar með því að skoða runu mismunanna í C og D ?
- Myndi þetta líka virka ef gildin í dálki A væru ekki samliggjandi (þ.e., 1, 3, 5,...)? Rökstyðjið svar ykkar.

Kannið tilgátuna ykkar um margliðuna

| | | |
|----|--|--|
| 11 | | Búið til rennistiku n með bil frá 0 til 5 og stighækkun 1. Breytið afstöðu hennar frá því að vera 'Lárétt' í að vera 'Lóðrétt'. |
| 12 | | Búið til rennistiku a með bil frá -5 til 5 og stighækkun 1. Breytið afstöðu hennar frá því að vera 'Lárétt' í að vera 'Lóðrétt'. |
| 13 | | Skráið í inntaksreitinn margliðuna $f(x) = a * x^n$. Í þeim tilgangi að búa til margliðu af stiginu n með stuðulinn a . <u>Athugasemd:</u> Bæði veldisvísinum n og stuðlinum a er hægt að breyta með því að nota rennistikurnar. |
| 14 | | Breytið nú gildum rennistikanna a og n þannig að þær passi við tilgátu ykkar. Fer fall margliðunnar í gegnum alla punktana í <i>myndaglugganum</i> ? |

Smíðin bætt

| | | |
|----|-----|---|
| 15 | ABC | Setjið jöfnu margliðunnar inn í <i>myndagluggann</i> sem kvikan texta. <u>Ábending:</u> Veljið verkfærið <i>Setja inn Texta</i> og smellið á <i>myndagluggann</i> (1) Skriðið $f(x) =$ inn í textahólfið. (2) Smellið á graf margliðunnar til að setja nafn hennar inn í textahólfið. <u>Athugasemd:</u> GeoGebra gerir textann sjálfkrafa kvikan. (3) Smellið á <i>OK</i> hnappinn. |
|----|-----|---|



| | | |
|---|--|--|
| 16 | | Setjið inn gátreit til að sýna eða fela jöfnu margliðunnar. |
| <p><u>Ábendingar:</u> Veljið verkfærið <i>Gátreit til að sýna og fela hluti</i> og smellið á myndagluggann til að opna innsláttarglugga gátreits.</p> <p>(1) Setjið inn skýringartextann <i>Sýna jöfnu</i></p> <p>(2) Farið í reitinn <i>Veljið hlut úr myndsmíð eða úr lista</i>.</p> <p>(3) Veljið <i>Texti texti1</i> úr þessum lista og smellið á 'Beita' hnappinn.</p> | | |
| 17 | | Virkið <i>Færa</i> verkfærið og athugið hvort gátreiturinn stjórnar sýnileika textans. |
| 18 | | Bætið útlit hlutanna í <i>myndaglugganum</i> (breytið til dæmis lit margliðunnar og punkta, samræmið lit margliðunnar og texta, breytið staðsetningu rennistikunnar, gátreitsins og textans í <i>myndaglugganum</i>). |

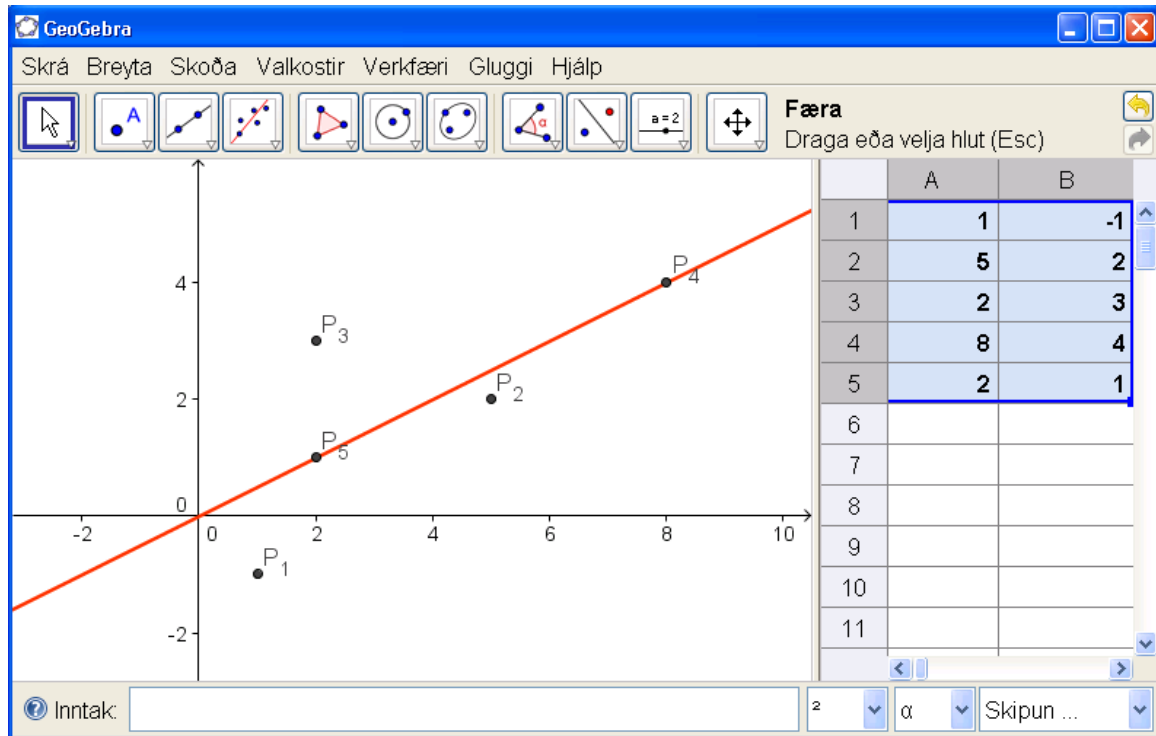
Viðfangsefni 2

- Athugið hvort þessi aðferð, að kanna runu fyrir mismun tveggja fallgilda, virkar fyrir allar margliður $f(x) = a x^n$.
Ábending: Þið getið sett formúlu inn í reit *B1* og mynstur afritað hana niður reit *B10* til að búa til lista af gildum. Ekki gleyma að byrja formúluna með jafnaðarmerki (t.d., $= x^2$)
- Hvaða breytingar þarf að gera í myndaglugganum og töflureikninum til að geta auðveldlega fundið fasta margliðunnar $f(x) = a x^n + b$?

5. Punktarit og jafna bestu línu

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebra skrá.
- Veljið *Tafla og mynd (Sýn)*.
- Sýnið *Inntaksreit (Skoða)*.
- Hakið við *Nýir punktar eingöngu* í *Merkingar*.



Kynning á nýju verkfæri



Smíðuferli

| | |
|---|---|
| 1 | Skráið eftirfarandi tölur inn í dálk A í töflureikninum: A1: 1 A2: 5 A3: 2 A4: 8 A5: -2 |
| 2 | Skráið eftirfarandi tölur inn í dálk B í töflureikninum: B1: -1 B2: 2 B3: 3 B4: 4 B5: 1 |
| 3 | Búið til punktarit úr gögnunum: (1) Notið músina til að ljóma alla þá reiti sem innihalda tölur. (2) Hægrismellið (MacOS: <i>Ctrl</i> -smellið) á einn af ljómuðu reitunum og veljið ' <i>Búa til lista af punktum</i> ' í valmyndinni sem birtist. <u>Athugasemd:</u> Gildin í dálki A ákvarða x-hnitin og gildin í dálki B ákvarða y-hnit punktanna. |



| | | |
|---|--|--|
| 4 | | <p>Notið verkfærið <i>Besta lína</i> til að teikna þá beinu línu sem best fellur að gögnunum.</p> <p><u>Ábending:</u> Veljið verkfærið <i>Besta lína</i> og veljið alla punktana með því að nota valrétthyrning: Smellið með músinni í vinstra hornið uppi í myndaglugganum. Haldið músahnappnum niðri og færið örina niður í hægra hornið niðri í myndaglugganum til að tilgreina valrétthyrning.</p> |
| 5 | | <p>Breytið lit og þykkt línunnar með <i>Eiginleikum</i>.</p> |
| 6 | | <p>Með því að nota þessa smíði er auðvelt að sýna hvernig öfgagildi hafa áhrif á jöfnu bestu línu:</p> <p>Dragið/færið einhvern af punktunum með músinni og skoðið hvernig það hefur áhrif á línuna.</p> <p><u>Athugasemd:</u> Þið getið líka breytt upphaflegu gögnunum í <i>töflureikninum</i>.</p> |

Að flytja gögn úr öðrum töflureiknum

Athugasemd: Í GeoGebra er hægt að afrita og líma gögn úr öðrum töflureiknum inn í *töflureikni* GeoGebra:

- Veljið og afritið gögnin sem þið viljið flytja inn (þ.e. notið *Ctrl-C* til að afrita gögnin yfir á klemmuspjald tölvunnar).
Athugasemd: Þið þurfið að halda báðum hnöppum niðri á sama tíma til að afrita gögnin á klemmuspjaldið (þ.e., *Ctrl*-hnapp og *C*-hnapp).
- Opnið GeoGebra glugga og opnið *töflureikni*.
- Smellið á þann reit töflureiknisins sem á að innihalda fyrsta gildið.
- Límið gögnin af klemmuspjaldinu inn í töflureikninn. Til að gera það verðið þið annaðhvort að nota *Ctrl-V* eða hægrismella (MacOS: *Ctrl*-smella) á ljómaða reitinn og velja *Líma* af valmyndinni sem birtist.

6. Áskorun: Leiðangur um grunnskipanir í tölfræði

Í gær létuð þið 25 nemendur þreyta stærðfræðiþróf í fyrsta tíma. Eftir prófið voru nemendur beðnir að gefa því einkunn á bilinu 1 ('mjög auðvelt') til 5 ('mjög erfitt').

- 4 gáfu einkunnina 'mjög auðvelt' (1)
- 6 gáfu einkunnina 'auðvelt' (2)
- 6 gáfu einkunnina 'erfitt' (4)
- 1 gaf einkunnina 'mjög erfitt' (5)
- Aðrir gáfu einkunnina 'allt í lagi' (3).



Viðfangsefni 1: Að búa til stuðlarit

Færið gögnin inn í töflureikni GeoGebru og búið til stuðlarit til að sjá gögnin myndrænt.

Ábendingar:

- Ef þið vitið ekki hvernig á að nota skipunina *Stuðlarit* skulið þið skrá Stuðlarit í inntaksreitinn og ýta á *F1* hnappinn.
- Athugasemd: Flokkamörk ákvarða staðsetningu og breidd stuðlanna. Fjöldi nemenda sem gáfu hverja einkunn fyrir sig ákvarðar hæð hvers stuðuls.
- Veljið flokkamörk þannig að einkunnir sem gefnar voru séu í miðju hvers stuðuls.
- Þið þurfið að búa til lista yfir gögnin í hvorum dálki fyrir sig áður en þið getið notað *Stuðlarit* skipunina.

Athugasemd: Ljómið allar tölur í einum dálki og hægrismellið (MacOS: *Ctrl*-smellið) á einn af ljómuðu reitunum. Veljið *Búa til lista af punktum* í valglugganum sem birtist.

Viðfangsefni 2: Að finna meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi

1. Spáið fyrir um meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi gagnanna sem þið söfnuðuð.
Athugasemd: Þið getið notað skipunina *raða* til að raða tíðni nemenda sem gáfu hverja einkunn fyrir sig (raða [Listi2]).
2. Sannreynið spá ykkar með því að nota skipanirnar *Meðaltal*, *Miðgildi* og *Tíðastagildi*.

