


Nr.: GAT-041	Verkmenntaskólinn á Akureyri	
Útgáfa: 04		
Dags.: 08.11.2016	Forsíða prófa - fjarnám Vorönn 2023	
Höfundur: AMJ/ÓKR		
Samþykkt: SHJ		
Síða 1 af 7		

STÆF2AM05

Kvittun nemanda:
Kennitala:
Kvittun ábyrgðarmanns prófs (tekið utan VMA):	<i>Lauson</i>

Skrifaðu nafn þitt og kennitölu í reitinn hér að ofan.

Áfangi:	Algebra, margliður og jöfnur	DAGS.:	12. maí
		KL.	13.00 – 15.00
Kennari:	Elín Björk Unnarsdóttir		
Próflengd:	120 mínútur	Prófsíður:	7 (þ.m.t. forsíða)
Hjálpargögn:	Reiknivél	Fylgiblöð:	1

Leiðbeiningar: Lestu spurningarnar vel áður en þú byrjar að svara, notaðu öll leyfileg hjálpargögn og farðu vandlega yfir úrlausnir þínar áður en þú skilar þeim inn.

SKILAÐU PRÓFBLAÐINU ÁSAMT ÚRLAUSNUM OG VANDAÐU FRÁGANG.

SÝNDU ALLA ÚTREIKNINGA - GANGI ÞÉR VEL!

1. (5%) Frumpáttaðu töluna 23940.

$$\frac{23940}{2} = \frac{11970}{2} = \frac{5985}{3} = \frac{1995}{3} = \frac{665}{5} = \frac{133}{7} = 19$$

$$\underline{\underline{23940 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19}}$$

2. (5%) Fullpáttaðu:

$$x^2 - 7x - 18 = \underline{\underline{(x-9)(x+2)}}$$

3. Einfaldaðu og stytту eins og unnt er:

a) (6%) $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)} = \underline{\underline{x-1}}$

b) (6%) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2+4x-5}{x^2-6x+8} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(x+3)} \cdot \frac{(x-2)(x-4)}{(x-1)(x+5)} = \frac{x-4}{x+5}$

sný seinna brotinu við
og þá verður deilinga tölun 1%
að margföldun

4. (5%) Einfaldaðu eins og unnt er og skrifaðu svarið með jákvæðum veldisvísi.

$$\begin{aligned} & (2ab^{-2})^2 \cdot 2a^{-4} \cdot (a^3 \cdot b)^3 \\ & = 2^2 a^2 b^{-4} \cdot 2 \cdot a^{-4} \cdot a^9 \cdot b^3 = 2^{(2+1)} \cdot a^{(2-4+9)} \cdot b^{(-4+3)} \\ & = 2^3 \cdot a^7 \cdot b^{-1} = \underline{\underline{\frac{8a^7}{b}}} \end{aligned}$$

Amn fad

5. (6%) Einfaldaðu:

$$\frac{3x+2}{3x-6} - \frac{1}{3} = \frac{3x+2}{3(x-2)} - \frac{1 \cdot (x-2)}{3 \cdot (x-2)} = \frac{3x+2-(x-2)}{3(x-2)} =$$

$$\frac{3x+2-x+2}{3(x-2)} = \frac{2x+4}{3(x-2)} = \underline{\underline{\frac{2x+4}{3x-6}}}$$

6. Einfaldaðu án reiknivélar:

a) (5%) $\sqrt{20} + \sqrt{80} + \sqrt{180} = \sqrt{5 \cdot 4} + \sqrt{5 \cdot 16} + \sqrt{5 \cdot 36}$
 $= \sqrt{5 \cdot 2^2} + \sqrt{5 \cdot 4^2} + \sqrt{5 \cdot 6^2} = 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$
 $= \underline{\underline{12\sqrt{5}}}$

b) (5%) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{1}{6}} = a^{\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2}}$

Sammnefnaði veldis er 12

$$= a^{\frac{6+3-2}{12}} = \underline{\underline{a^{\frac{7}{12}}}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{a^7}}}$$

7. Gefið er fallið $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

a) (2%) Finndu $f(-1)$. $= (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = \underline{\underline{5}}$

b) (4%) Finndu x ef $f(x) = 11$. $11 = x^2 - 3x + 1$

$$0 = x^2 - 3x + 1 - 11$$

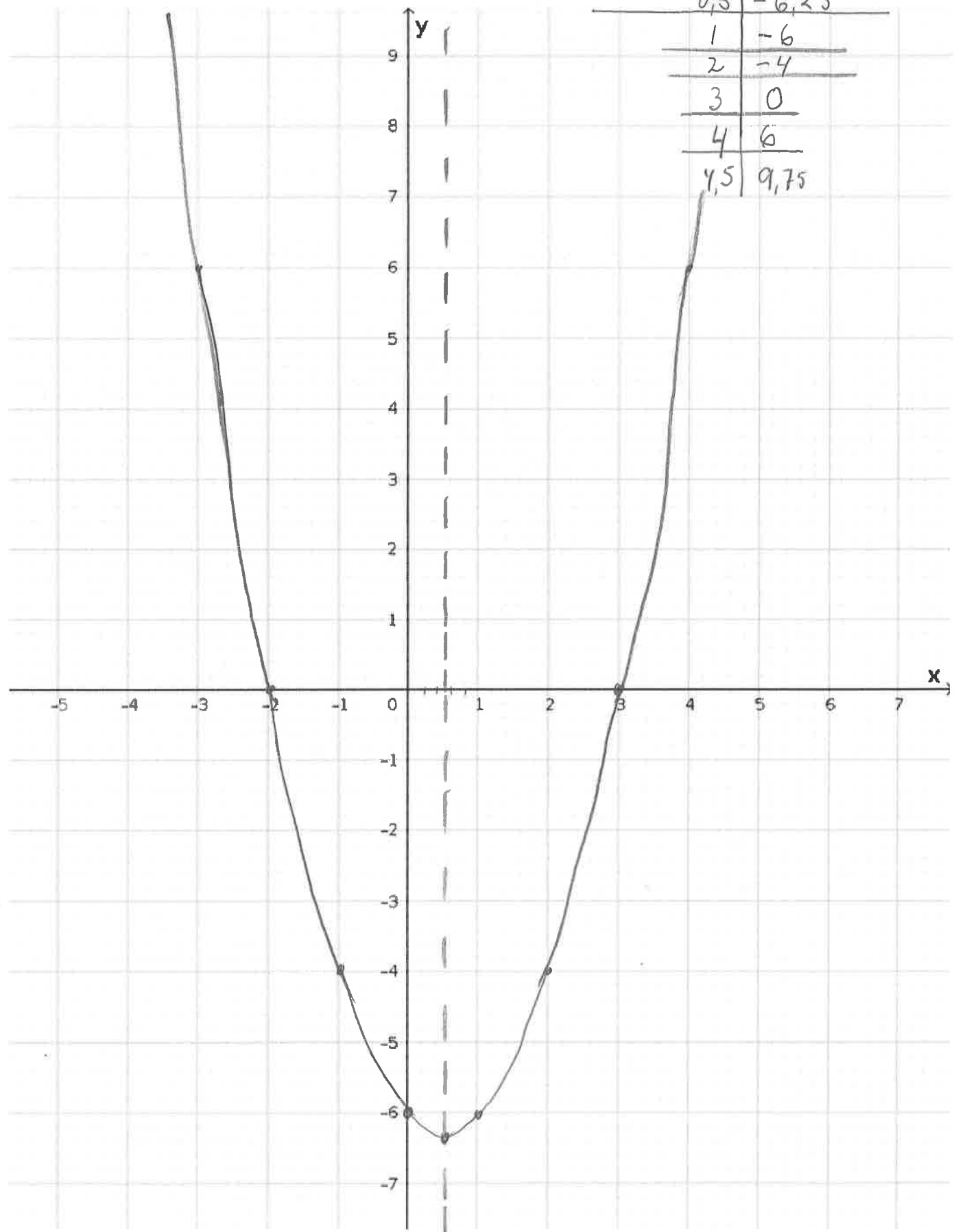
$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\underline{\underline{x_1 = 5}} \text{ og } \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

$$x - 5 = 0$$
$$x = 5$$

x	y
-2	0
-1	-4
0	-6
0,5	-6,25
1	-6
2	-4
3	0
4	6
4,5	9,75



8. Jafna fleygboga er gefin $y = x^2 - x - 6$.

a) (2%) Hver er skurðpunkturinn við y-ásinn? $(0, c) = (0, -6)$

$$A = 1, B = -1, C = -6$$

b) (5%) Reiknaðu út tvo skurðpunkta við x-ás. Hver eru hnitin?

$$\begin{aligned}x^2 - x - 6 &= \\(x+2)(x-3) & \\x+2=0 & \quad x-3=0 \\x=-2 & \quad x=3\end{aligned}$$

Hnit skurðpunkta við x-ás eru:
 $(-2, 0)$ og $(3, 0)$

c) (4%) Finndu topppunktinn.

$$\bar{T} = \left(\frac{-B}{2A}, \frac{-D}{4A} \right) = \left(\frac{-(-1)}{2 \cdot 1}, \frac{-25}{4 \cdot 1} \right) = \left(\frac{1}{2}, -6,25 \right) = (0,5, -6,25)$$

$$\begin{aligned}D &= B^2 - 4AC \\&= (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) \\&= 1 + 24 = 25\end{aligned}$$

d) (5%) Fleygboginn $y = x^2 - x - 6$ sker beinu línuna $y_1 = 2x - 2$ í tveimur punktum.

Reiknaðu út hnit skurðpunktanna.

$$\begin{aligned}x^2 - x - 6 &= 2x - 2 \\x^2 - x - 2x - 6 + 2 &= 0 \\x^2 - 3x - 4 &= 0 \\(x+1)(x-4) &= 0 \\x+1=0 & \quad x-4=0 \\x=-1 & \quad x=4\end{aligned}$$

$$\text{Ef } x = -1 \quad y_1 = 2(-1) - 2 = -4$$

$$\text{Ef } x = 4 \quad y_1 = 2(4) - 2 = 6$$

svar: Hnit skurðpunkta línna og fleygboga eru $(-1, -4)$ og $(4, 6)$

e) (5%) Teiknaðu fleygbogann $y = x^2 - x - 6$ inn í hnitakerfið á bls. 4. Sýndu hnitatöflu.

9. Gefnar eru margliðurnar $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4$ og $D(x) = x - 1$.

a) (2%) Hvert er stig margliðunnar $P(x)$? 3

b) (2%) Hverjir eru stuðlar margliðunnar $P(x)$ í réttri röð? 2, -1, 0, -4

c) (6%) Deildu $D(x)$ í margliðuna $P(x)$ og tilgreindu kvóta, $Q(x)$ og afgang, $R(x)$.

$$\begin{array}{r} (x-1) \cdot (2x^2 + x + 1) \\ \hline 2x^3 - x^2 + 0x - 4 \\ - (2x^3 - 2x^2) \\ \hline x^2 + 0x - 4 \\ - (x^2 - x) \\ \hline x - 4 \\ - (x - 1) \\ \hline -3 \end{array}$$

$$\text{kvöti, } \underline{Q(x) = 2x^2 + x + 1}$$
$$\underline{R(x) = -3}$$

skemmri deiling

$$\begin{array}{r} \underline{1} \quad 2 \quad -1 \quad 0 \quad -4 \\ \quad \quad 2 \quad 1 \quad 1 \\ \hline \quad \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad -3 \end{array}$$

10. (5%) Leið fótbolta er hægt að lýsa með formúlunni $y = -0,03x^2 + 0,6x$ þar sem x er lárétt fjarlægð frá sparkstað og y er hæð fótboltans í metrum yfir vellinum.

Hversu langt frá sparkstað lendir boltinn?

Núllstöð við x -ás er fjarlægðin.

$$-0,03x^2 + 0,6x = 0$$

$$-0,03x \cdot (x - 20) = 0$$

$$x = 0 \text{ og } x = 20$$

Svar: Boltinn lendir 20 m frá sparkstað.

11. Leystu jöfnurnar:

a) (5%) $3x^2 + 8x - 3 = 0$

$$a = 3 \quad d = b^2 - 4 \cdot A \cdot C = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 64 + 36$$
$$B = 8 \quad d = 100$$
$$C = -3$$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2A} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 \pm 10}{6} = \begin{cases} \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{-18}{6} = -3 \end{cases}$$

b) (5%) $|x - 5| = 12$

$$X - 5 = 12$$

$$X = 12 + 5$$

$$\underline{\underline{X = 17}}$$

$$-X + 5 = 12$$

$$-X = 12 - 5$$

$$-X = 7$$

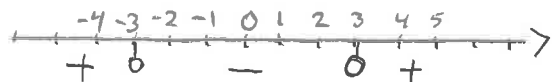
$$\underline{\underline{X = -7}}$$

12. (5%) Leystu ójöfnuna $2x^2 - 18 > 0$ með hjálp formerkjamyndar.

Skilaðu svari með biltáknum.

$$2(x^2 - 9) > 0$$

$$2(x + 3)(x - 3) > 0$$



Núllstöðvar eru $x = \pm 3$

$$\text{Svar: } \underline{\underline{X \in]-\infty, -3[\cup]3, \infty[}}$$