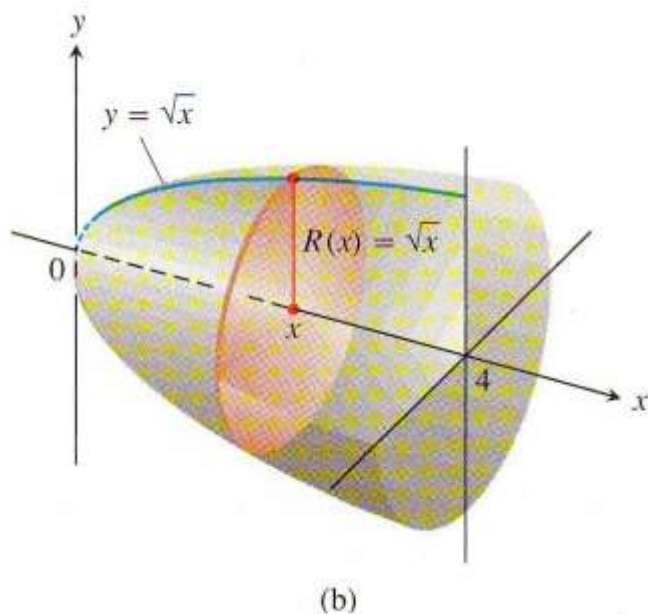
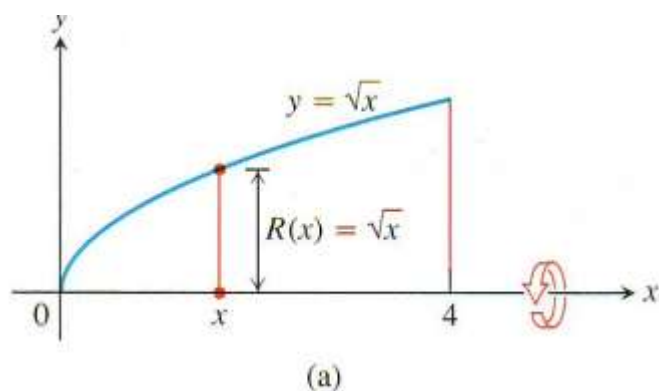


Rúmmál snúða - Skífuaðferðin.

Við höfum nú fengist við að reikna út flatarmál svæðis sem afmarkast af ferli falls og x - ás eða svæði sem afmarkast af tveimur ferlum. Í þessum kafla ætlum við að skoða rúmmál snúða sem myndast þegar svona svæði er snúið um einhvern ás.

Svæði afmarkast af ferli falls og x - ás snúið um x - ás.



Á þessari mynd a er sýnt svæði sem á að snúa um x -ás og afmarkast af fallinu y

$$y = \sqrt{x} \quad 0 \leq x \leq 4 \quad (\text{frá } 0 \text{ til } 4)$$

Það sem þarf að ákvarða er snúningsradíusinn $R(x) = y = \sqrt{x}$

Á mynd b er sýnt hvernig svæðinu er snúið um x -ásinn og snúðurinn verður til sem á að finna rúmmálið á. Þegar radíusinn snýst um x -ásinn kemur fram skífa sem hefur örtitla þykkt dx . Þessi skífa er eins og sívalningur í laginu og rétt að rifja upp rúmmál sívalnings.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$\pi \cdot r^2$ er flatarmál grunnflatar og h er hæðin

Í okkar tilfalli verður $r = R(x)$ og $h = dx$ þannig að rúmmál skífunnar verður:

$$V = \pi \cdot (R(x))^2 \cdot dx$$

Nú erum við búin að finna rúmmálið á skífunni. Ef við hugsum okkur að geta búið til óendanlega margar óendanlega þunnar skífur á milli 0 og 4 og leggja þær svo allar saman þá fáum við út rúmmálið. Þetta er eimmitt það sem við gerum með heildun.

Rúmmál einnar skífu: $V = \pi \cdot (R(x))^2 \cdot dx$

$$\text{Leggja allar skífurnar saman með heildun } V = \int_a^b \pi \cdot (R(x))^2 \cdot dx = \pi \int_a^b (R(x))^2 dx$$

Þetta er regla 3.21 bls 100.

Til að reikna rúmmálið af snúðnum er afmarkast af $y = \sqrt{x}$ $0 \leq x \leq 4$ og svæðinu snúið um x -ás þá þarf að heilda:

$$V = \pi \int_a^b (R(x))^2 dx = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \pi \left(\frac{4^2}{2} \right) = 8\pi$$

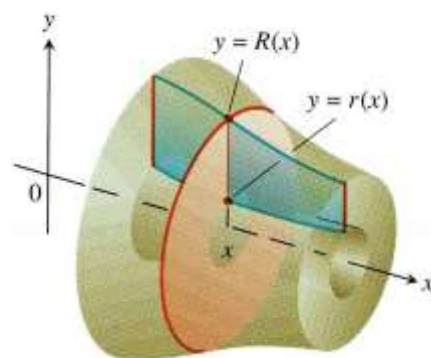
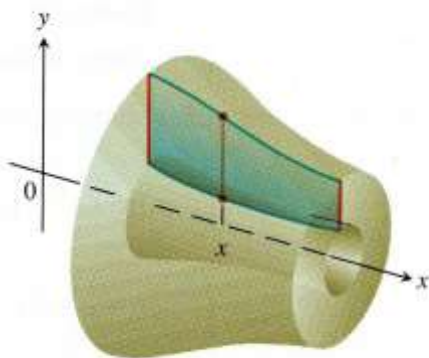
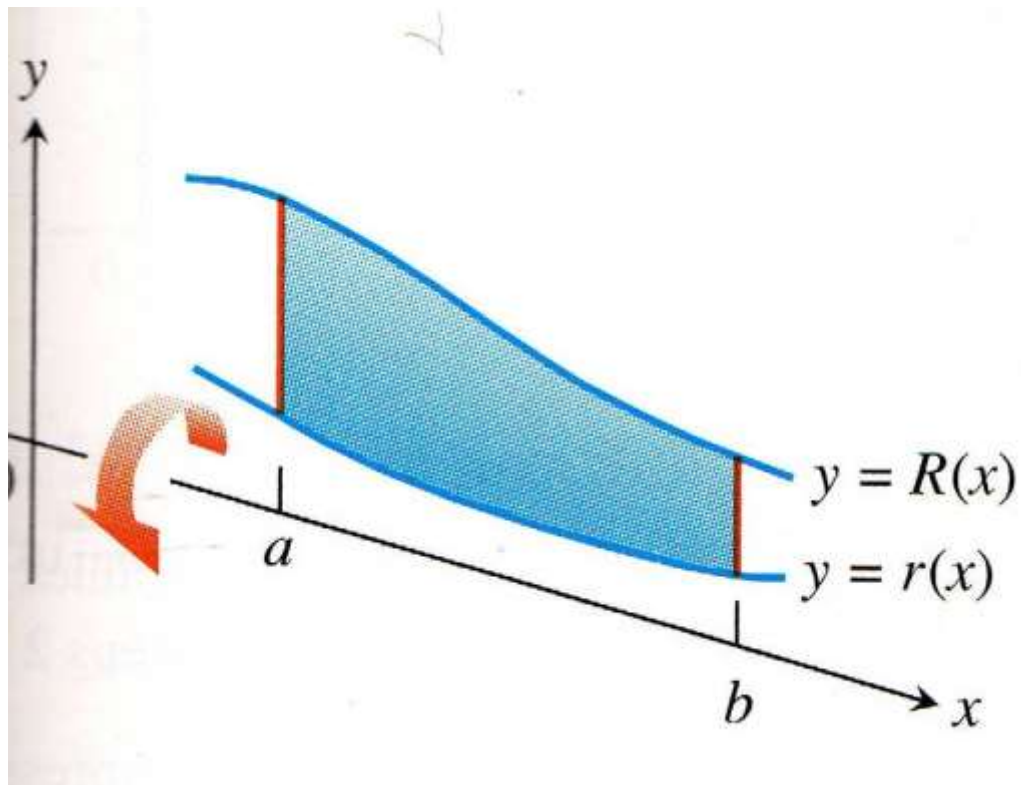
Til að reikna rúmmál:

1. Teikna upp svæðið sem á að snúa og ákvarða $R(x)$ snúningsradíusinn.

2. Skrifu upp heildið $V = \pi \int_a^b (R(x))^2 dx$

3. Reikna heildið og útkoman er rúmmálið.

Þegar svæði afmarkast af tveimur ferlum og snúið er um x -ás þá kemur fram snúður sem er holur í miðjunni.



Viðbótin við formúluna sem áður er komin er: Ytiradíus í öðruveldi mínus innradíus í öðruveldi.

$$V = \pi \int_a^b \left((R(x))^2 - (r(x))^2 \right) dx$$

Með þessu erum við í raun að reikna fyrst rúmmálið af snúðnum sem ytri ferillinn afmarkar og síðan að reikna út rúmmálið af innri snúðnum sem innra fallið afmarkar og draga það frá því ytra. Framgangsmátinn er sá sami og áður.

Sjá dæmi 3.36

Eftirfarandi þarf að gera þar:

1. Teikna ferlanna og ákvarða svæðið sem þeir afmarka.
2. Reikna út skurðpunkta ferlanna til að finna mörkin á heildið.
3. Ákvarða ytriradíus $R(x) = 4$ og innriradíus $r(x) = x^2$
4. Rita heildið $V = \pi \int_{-2}^2 ((4)^2 - (x^2)^2) dx$
5. Reikna heildið.

Í reglu 3.23 er tekin fyrir snúningur um línur samsíða x-ás en það tókum við fyrir í næsta bréfi.

Í æfingu 3.5 tókum við dæmi 1 2 og 5