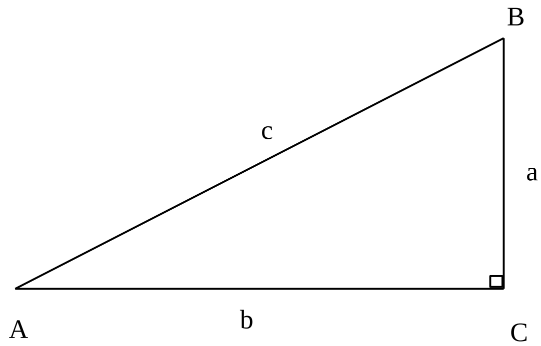
Andhverf hornaföll eru notuð til að reikna út horn í þríhyrningum þegar lengdir hliðanna eru þekktar. (Þetta var stór hluti af stæ 122.) Andhverfu hornaföllin koma mikið við sögu í heildun sem við sjáum síðar og einnig í lausn diffurjafna en það er ekki tekið fyrir í þessum áfanga.

Byrjum á að rifja upp skilgreiningu hornafalla.



Í rétthyrndum þríhyrningi (C = 90°) gildir fyrir hornið A:

$\sin(A) = \frac{a}{c}$ mótlægskammhlið deild með langhlið

$\cos(A) = \frac{b}{c}$ aðlægskammhlið deild með langhlið

$\tan(A) = \frac{a}{b}$ mótlægskammhlið deild með aðlægriskammhlið

$\cot(A) = \frac{b}{a}$ aðlægskammhlið deild með mótlægriskammhlið

$\sec(A) = \frac{c}{b}$ langhlið deild með aðlægriskammhlið

$\csc(A) = \frac{c}{a}$ langhlið deild með mótlægriskammhlið

Í stæ 122 reiknuðum við sinus af horni með reiknivél prufið sin(30)

$\sin(30) = \frac{1}{2} = 0.5$

Aftur á móti ef við vitum að hliðin a er 6 og hliðin c er 12 þá getum við fundið hornið A með því að nota sínusinn það er andhverfahornafallið:

$\sin(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$A = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^{o}$

$y = \sin^{-1}(x)$ er líka hægt að rita $y = \arcsin(x)$ lesið “arkussinus af x”

Athugið að $\sin^{-1}(x)$ merkir “arkus” eða andhverfahornafallið EKKI $\frac{1}{\sin(x)}$

Áður en lengra er haldið þarf að rifja upp radíanmál hrings. Í stuttu máli þá er hringur mældur í gráðum (DEG) eða radíönum (RAD). Einnig eru til fleiri mælieiningar hrings en þessar tvær eru okkur kunnar.
Hringurinn er 360° en 2π í rad. Þannig að:
$360° = 2\pi$
$180° = \pi$
$90° = \pi/2$
$45° = \pi/4$

Athugið skilgreininguna sem segir að:

$$y = \sin^{-1}(x) \qquad \sin(y) = x$$

Í þessum kafla er byrja á að gefa reglur fyrir diffrun á andhverfuhornaföllunum. Til einföldunar þá skulum við fyrst skoða reglurnar fyrir x.

$$f(x) = \sin^{-1}(x) \qquad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad |x| < 1$$

$$f(x) = \cos^{-1}(x) \qquad f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad |x| < 1$$

$$f(x) = \tan^{-1}(x) \qquad f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$f(x) = \cot^{-1}(x) \qquad f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$f(x) = \sec^{-1}(x) \qquad f'(x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \qquad |x| > 1$$

$$f(x) = \csc^{-1}(x) \qquad f'(x) = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \qquad |x| > 1$$

Ef hinsvegar eitthvað annað en x er inn í sviganum þá þarf að hugsa það sem u (samsett diffrun) og þá eru reglurnar svona:

$$f(u) = \sin^{-1}(u) \qquad f'(u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \qquad |u| < 1$$

Í stað u´ má rita du/dx eins og er gert í bók.

$$f(u) = \cos^{-1}(u) \qquad f'(u) = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \qquad |u| < 1$$

$$f(u) = \tan^{-1}(u) \qquad f'(u) = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

$$f(u) = \cot^{-1}(u) \qquad f'(u) = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

$$f(u) = \sec^{-1}(u) \qquad f'(u) = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \cdot u' \qquad |u| > 1$$

$$f(u) = \csc^{-1}(u) \qquad f'(u) = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \cdot u' \qquad |u| > 1$$

Í næstu köflum um heildun notfærum við okkur að heildun er andhverf aðgerð við diffrun er hægt að leiða þessar reglur út:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sin^{-1}(x) + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \tan^{-1}(x) + C$$

$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}\,dx = \sec^{-1}(x) + C$$

Hér höldum við okkur við diffrunina í þessari viku en horfum svo á heildin síðar.
Þá er komið að æfingu 3.1