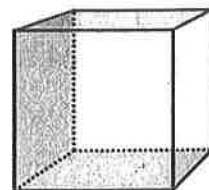
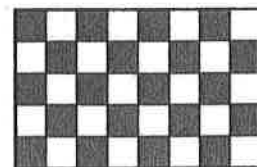


## 6. KAFLI, FLATARMÁL



Veröldin sem við lifum í er í þrem víddum.

1. Fyrsta vídd er lengd. Við tölum um bil milli hluta, fjarlægð frá einum punkti í annan. Við sjáum endalausar línur eða mislöng strik.
2. Önnur vídd er flötur. Við skynjum lengd og breidd og köllum það flöt eða yfirborð. Veggur, gólf, blaðsíða. Borðplatan þín er flötur.
3. Þriðja vídd er rými. Við upplifum umhverfið sem pláss (rými) þegar við bætum dýpt við flötinn. Við tölum þá um lengd, breidd og hæð, t.d. í herberginu þínu, í kassa eða inni í kúlu.



Þessi kafli fjallar um tvívíð form, fleti sem hafa lengd og breidd.

Einnig reiknum við ummál flatarmynda, sem er summa allra hliðarlengda eða bogalína flatar, línan sem afmarkar flötinn.

Mælieiningar flatarmáls eru í 2. veldi (t.d.  $\text{cm}^2$ ) því einingarnar margfaldast saman um leið og tölurnar.

Tökum sem dæmi  $2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 2 \cdot 3 \cdot \text{cm} \cdot \text{cm} = 6 \text{ cm}^2$ .

Mælieiningar ummáls eru í 1. veldi því þar leggjast lengdirnar og mælieiningarnar saman. T.d.  $2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$



Video 38 Flatarmál

## 6.1 Rétthyrningur

Rétthyrningur er ferhyrndur flötur með öllum horn rétt ( $90^\circ$ ).

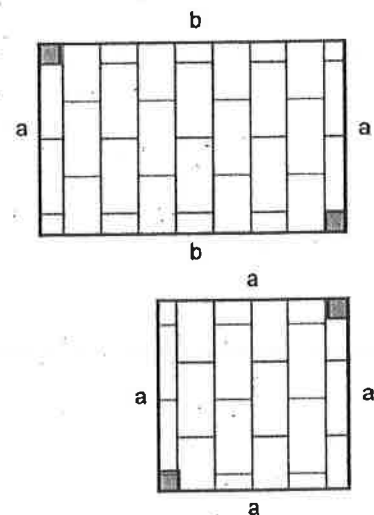
Ef allar hliðar hans eru jafn langar kallast hann ferningur.

Flatarmál rétthyrnings reiknast með því að margfalda saman lengd hans og breidd.

$$F = l \cdot b \quad (\text{Feringur: } F = a^2)$$

Ummál rétthyrnings fæst með því að leggja saman allar hliðarlengdirnar. Og auðvitað eru tvær og tvær hliðar jafn langar.

$$U = 2a + 2b \quad (\text{Feringur: } U = 4a)$$



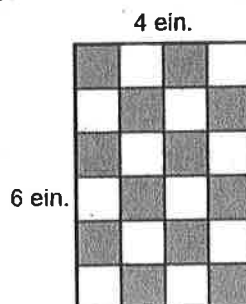
### Sýnidæmi

Reiknaðu flatarmál og ummál rétthyrningsins.

$$F = l \cdot b$$

$$F = 6 \text{ ein} \cdot 4 \text{ ein}$$

$$F = 24 \text{ ein}^2$$



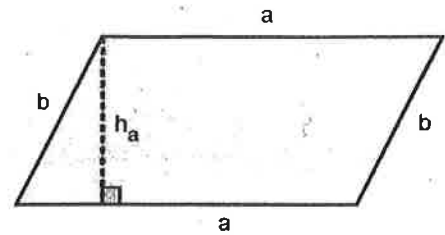
$$U = 2 \text{ ein} + 2 \text{ ein}$$

$$U = 2 \cdot 6 \text{ ein} + 2 \cdot 4 \text{ ein}$$

$$U = 12 \text{ ein} + 8 \text{ ein} = 20 \text{ ein}$$

## 6.2 Samsíðungur

Samsíðungur er ferhyrningur þar sem mótlægar hliðar (tvær og tvær) eru samsíða.



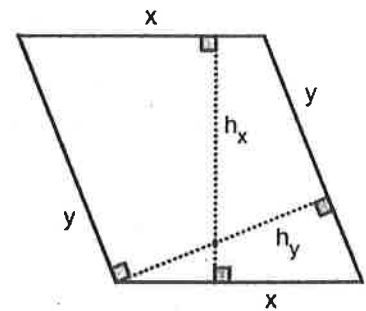
Mótlægar hliðar eru jafn langar og mótlæg horn jafn stór.

Fjarlægðin milli mótlægra hliða kallast hæð. Hún liggur hornrétt á báðar hliðarnar.

Flatarmál samsíðungs reiknast með því að margfalda saman grunnlínu (hliðarlengd) og hæðina á þá grunnlínu.

$$F = x \cdot h_x \text{ eða } F = y \cdot h_y$$

Ummál er sem áður summa allra hliða.



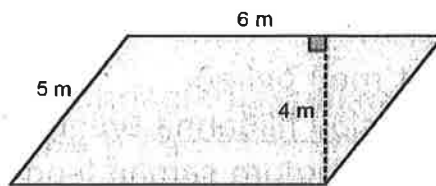
### Sýnidæmi

Reiknaðu flatarmál og ummál þessa samsíðungs.

$$F = g \cdot h$$

$$F = 6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$$

$$F = 24 \text{ m}^2$$



$$U = \text{summa hliða}$$

$$U = 2 \cdot 6 \text{ m} + 2 \cdot 5 \text{ m}$$

$$U = 12 \text{ m} + 10 \text{ m}$$

$$U = 22 \text{ m}$$

## 6.3 Þríhyrningur

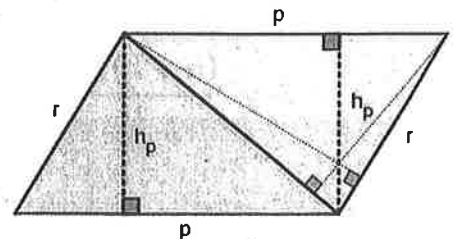
Líta má á þríhyrning sem hálfan samsíðung.

Þá liggur reikniformúla flatarmáls hans

í augum uppi:

„Grunnlína sinnum hæð deilt með tveim.“

Ummál er hér eins og annars staðar summa allra hliða.



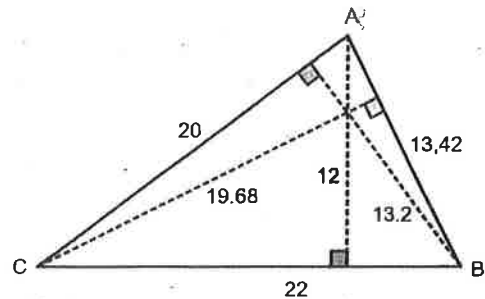
Sýnidæmi

Reiknaðu flatarmál þessa þríhyrnings út frá öllum þrem hliðum hans.

$$F_a = \frac{22 \cdot 12}{2} = 132$$

$$F_b = \frac{20 \cdot 13,2}{2} = 132$$

$$F_c = \frac{13,42 \cdot 19,68}{2} = 132$$



Ummál þríhyrningsins er summa allra hliða hans:

$$a + b + c = 22 + 20 + 13,42 = 55,42$$

6.4 Trapisa

Trapisa er ferhyrndur flötur þar sem tvær mótlægar hliðar eru samsíða en hinar tvær ekki.

Flatarmál trapisu finnst með því að margfalda meðaltal samsíða hliðanna tveggja með hæðinni á milli þeirra. Takið eftir að við leggjum saman lengdir samsíða hliðanna og deilum með tveim.

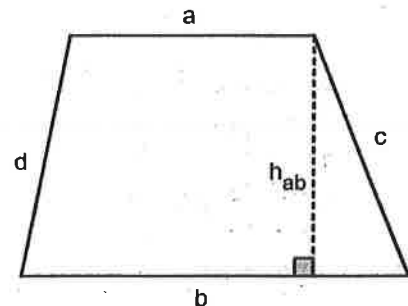
$$F = \frac{a + b}{2} \cdot h_{ab}$$

Taktu eftir að formúluna má einnig rita svona:

$$F = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

En þá verður að leysa úr sviganum áður en margfaldað er og deilt.

Ummál er eins og áður summa allra hliðanna (hæðin ekki með).

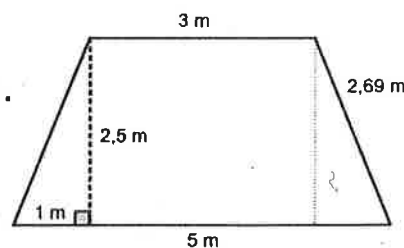


Sýnidæmi

Reiknaðu flatarmál þessarar reglulegu trapisu.

$$F = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$F = \frac{(3 + 5) \cdot 2,5}{2} = \frac{8 \cdot 2,5}{2} = 10 \text{ m}^2$$



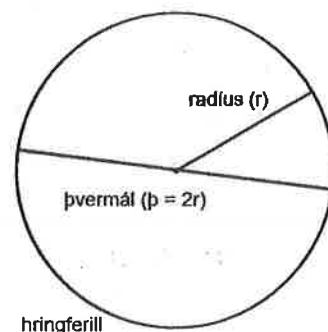
Til að reikna ummál trapisunnar verðum við að vita lengd hliðanna sem ekki eru samsíða.

Þessi trapisa er regluleg svo okkur nægir að reikna út lengd annarrar hliðarinnar. Hin er jafn löng. Hér er heppilegt að nota reglu Pýþagórasar sem gefur okkur 2,6926 m.

$$U = 3 + 5 + 2 \cdot 2,69 = 13,38 \text{ m}$$

6.5 Hringur

Flatarmál hringlaga flatar finnst með því að setja radíus hans í annað veldi og margfalda síðan með  $\pi$ .  $F = r^2 \cdot \pi$



Ummál hnings (lengd hringferils) reiknast með því að margfalda þvermál með  $\pi$ .  $U = p \cdot \pi$

$\pi$  er fasti (óbreytanleg stærð), hlutfallið milli ummáls og þvermáls hnings.

$$(\pi \approx 3,141592654\dots)$$

$\pi$  er óræð tala, þ.e. sem tugabrot er hún óendanleg (án lotu).



Gervíggar við Skútustaði í Mývatnssveit

Sýnidæmi

Reiknaðu flatarmál og ummál hrings með radíusinn 4,5 cm.

$$F = r^2 \cdot \pi$$

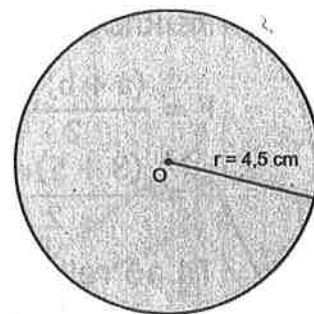
$$F = 4,5^2 \cdot \pi$$

$$F = 63,62 \text{ cm}^2$$

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$U = 9 \cdot \pi$$

$$U = 28,27 \text{ cm}$$

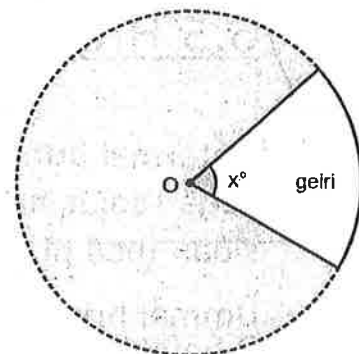


Video 39 Flatarmál & ummál hringgeira

6.6 Hringgeiri

Geiri er hluti af hring með ákveðinn radíus. Stærð geirans er gefinn upp sem gráðutal bogans (miðhorns) sem hann spannar.

Til að reikna út flatarmál geirans þurfum við að vita flatarmál alls hringsins sem hann er hluti af. Ef við deilum með 360 í flatarmál hringsins vitum við hvert flatarmál hversrágráðu í honum er. Ef við margföldum það með gráðufjölda geirans vitum við flatarmál hans. Þessi formúla er auðskilin.



$$F = \frac{r^2 \cdot \pi}{360^\circ} \cdot x^\circ$$

Við finnum eina gráðu úr flatarmáli hringsins og margföldum með gráðutölu geirans.

Það sama gerum við með ummál geirans. Við finnum ummál alls hringsins, deilum með 360° og margföldum síðan með gráðutölu geirans. Þá erum við komin með lengd bogans (hluta hringferilsins). Bætum síðan tveim radíusum við til að fá allt ummál geirans.

Þessi formúla er líka auðskilin, eins og þú sérð.

$$U = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{360^\circ} \cdot x^\circ + 2 \cdot r$$

Sýnidæmi

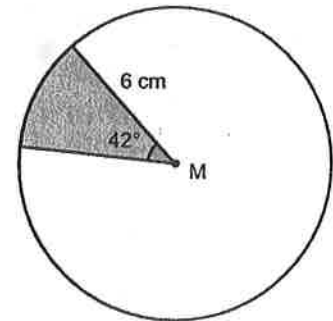
Reiknaðu flatarmál og ummál  $42^\circ$  hringgeira með radíus 6 cm.

Flatarmál:

$$F = \frac{r^2 \cdot \pi}{360^\circ} \cdot M^\circ$$

$$F = \frac{6^2 \cdot \pi}{360^\circ} \cdot 42^\circ$$

$$F = \frac{\pi}{10} \cdot 42^\circ = 13,195 \text{ cm}^2$$



Ath. Hvernig verður brotið  $\frac{\pi}{10}$  til?

Ummál:

$$U = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{360^\circ} \cdot M^\circ + 2 \cdot r$$

$$U = \frac{2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 42^\circ}{360^\circ} + 2 \cdot 6$$

$$U = \frac{7 \cdot \pi}{5} + 12 = 16,4 \text{ cm}$$

Ath. Kannaðu hvort styttingar og útreikningarnir séu réttir.



Merardalir á Reykjanesi