

2.7 Regla Pýþagórasar

Reglu Pýþagórasar ættu allir að kunna:

Reglan segir einfaldlega að:

„*summa skammhliða rétthyrnds þríhyrnings í 2. veldi er jöfn langhliðinni í 2. veldi*“.



Stærðfræðilega er sagt:

Ef hornið $C = 90^\circ$ í þríhyrningnum ABC, þá gildir:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Video 22 Pýþagóras

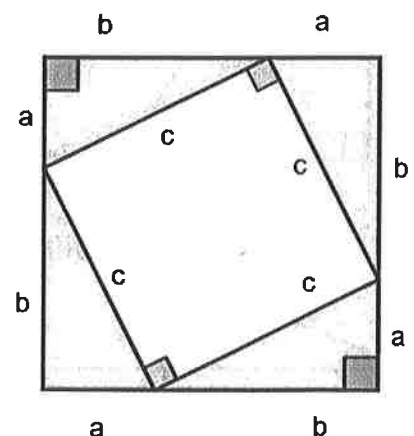
Reglan er yfirleitt sett fram á þennan hátt, þ.e. með langhliðina merktá sem c . Það er þó ekki sjálfgefið.

Regluna er hægt að sanna á marga vegu. En við skulum láta nægja að skoða eina þægilega leið til þess.

Sönnun

Sönnun sem þarf að kunna.

Tökum fjóra rétthyrnda þríhyrninga, alla eins. Röðum þeim upp þannig að lengri skammhlið eins liggur í beinu framhaldi af styttri skammhlið annars. Þá liggja langhliðar allra inn í myndina og mynda þar ferning. Við skulum nú reikna flatarmál myndarinnar á tvo vegu og bera niðurstöður þess saman.



Video 23 Pýþagóras
- Sönnun

Flatarmál 1.

Almenn formúla fyrir flatarmál þríhyrnings er: $F = \frac{g \cdot h}{2}$

Fyrir rétthyrnda þríhyrninga getum við skrifað: $F = \frac{a \cdot b}{2}$

$$F = \frac{g \cdot h}{2}$$

Flatarmál fjögurra þríhyrninga eins og eru á myndinni er þá:

$$F = \frac{4(a \cdot b)}{2}$$

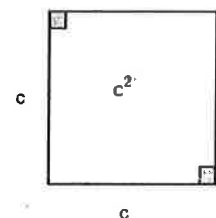
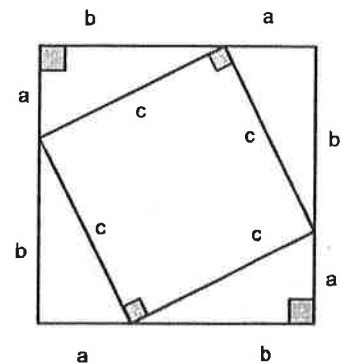
$$F = 2(a \cdot b)$$

$$F = 2ab$$

Flatarmál litla ferningsins innan við þríhyrningana er c^2 .

Leggjum saman og fáum þannig flatarmál allrar myndarinnar:

$$F = 2ab + c^2$$

Flatarmál 2.

Ef við lítum á myndina sem einn stóran ferning með hliðarlengdina $(a + b)$ getum við reiknað flatarmál myndarinnar í einni aðgerð.

Formúla fyrir flatarmál fernings er:

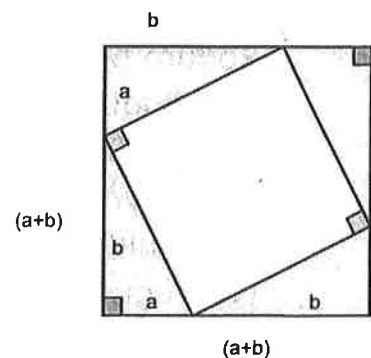
$$F = l \cdot b$$

Flatarmál allrar myndarinnar er:

$$F = (a + b)^2$$

$$F = (a + b)^2$$

$$F = a^2 + 2ab + b^2$$



Nú höfum við reiknað flatarmál myndarinnar á tvo vegu.

Þær niðurstöður hljóta að vera jafngildar. Stillum þeim því upp hvorri á móti annarri:

Flatarmál 2 = Flatarmál 1 (því þetta er jú sama myndin).

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

Ef við drögum $2ab$ frá báðum hliðum jöfnunnar stendur eftir:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Þar með höfum við sýnt fram á og sannað að summa skammhliðanna í 2. veldi er jöfn langhliðinni í 2. veldi.



Video 2