



Video 17 Hornasumma þríhyrnings

## 2.3 Hornasumma þríhyrnings

### Sönnun sem þarf að kunna.

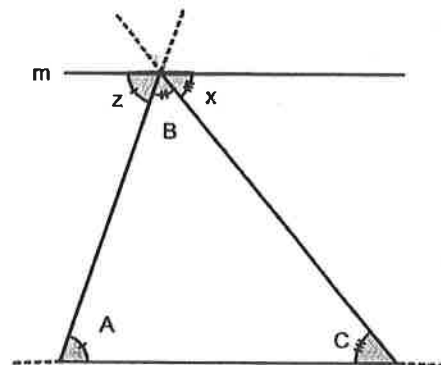
Hornasumma þríhyrnings er  $180^\circ$ . Um það verður ekki deilt enda setti Evklíð það fram sem staðreynd.

Við sýnum fram á þetta með teikningu.

Teiknum þríhyrninginn ABC.

Drögum línuna m gegnum eitt horn þríhyrningsins (t.d. B) samsíða mótlægri hlið þríhyrningsins (AC).

Framlengjum þá hinar hliðarnar tvær (a og c) út yfir línuna (m). Þá verða til þrjú ný horn, z og x eru einslæg við A og C við samsíða línur og B og y eru topphorn. Saman mynda x, y og z beina línu sem auðvitað er  $180^\circ$ .

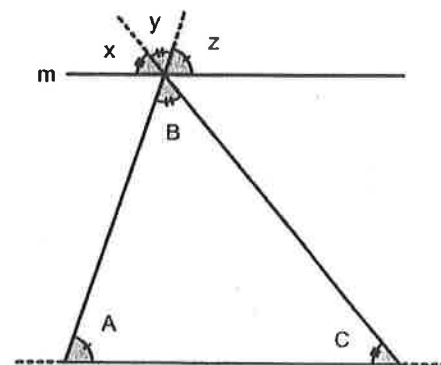


Hornin A og z eru einslæg horn við samsíða línur og eru því jafn stór. Sama á við um hornin C og x og hornin B og y sem eru topphorn og því jafn stór.

$$A = z, \quad B = y \quad \text{og} \quad C = x$$

$$\text{þar sem } z + y + x = 180^\circ$$

$$\text{er ljóst að } A + B + C = 180^\circ$$



Sumum þykir e.t.v. betra að sanna þessa staðreynd með því að skoða hornin neðan við línuna m. En niðurstaðan er sú hin sama. Hvort finnst þér betra?





Video 18 Hornasumma marghyrninga

## 2.4 Hornasumma marghyrninga

Til er einföld leið til að finna hornasummu tiltekins marghyrnings.

Við skiptum marghyrningnum einfaldlega niður í þríhyrninga með því að draga hornalínur úr einu horni yfir í hvert og eitt hinna hornanna (sjá mynd neðar á síðunni).

Teljum svo þríhyrningana og margföldum fjöldann með  $180^\circ$  því hornasumma þríhyrninga er  $180^\circ$ .

Í ljós kemur að fjöldi þríhyrninga er alltaf tveim færri en fjöldi hornanna svo við getum sett fram reiknireglu:

### Regla sem þarf að kunna.

$(n - 2) \cdot 180^\circ =$  hornasumma  $n$ -hyrnings þar sem „ $n$ “ merkir fjölda horna marghyrningsins.

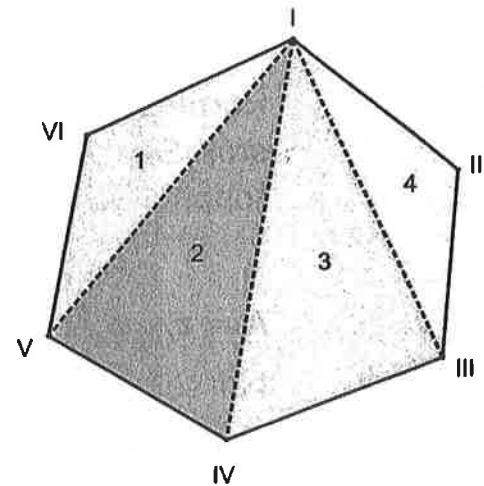
Þannig er hornasumma 6 hyrninga:

$$(6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

Hvert horn í reglulegum 6-hyrningi væri þá:

$720^\circ / 6 = 120^\circ$ . En 6-hyrningurinn á myndinni er auðvitað ekki reglulegur.

Spurning: „Hver er þá, skv. þessu, hornasumma reglulegs 12-hyrnings og hve stórt er hvert horn hans?“



### Dæmi fyrir þig

Pentagon í Washington hýsir varnarmálaráðuneyti Bandaríkjanna Húsið er reglulegur fimmhyrningur. Hve stórt er hvert horn í byggingunni?



Video 19 Utanvert horn

## 2.5 Utanvert horn þríhyrnings

### Sönnun sem þarf að kunna.

Ef hlið í þríhyrningi er framlengd út fyrir eitthvert horna hans myndast utanvert horn þríhyrningsins. Það er um leið grannhorn við það horn þríhyrningsins sem það liggur að.

### Regla sem varðar þetta horn er þessi:

Utanvert horn þríhyrnings ( $u$ ) er jafnt summu tveggja gagnstæðra horna í þríhyrningnum (hornin  $y+z$  á myndinni).

### Sönnun

Ljóst er að:

$$u + x = 180^\circ \text{ (bein lína)}$$

Jafnframt er ljóst að:

$$x + y + z = 180^\circ \text{ (hornas. þríh.)}$$

Ef við umritum báðar þessar jöfnur fyrir  $x$  fáum við:

$$u + x = 180^\circ$$

sem verður

$$u = 180^\circ - x$$

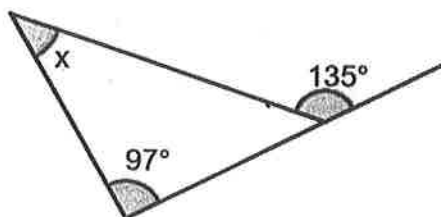
$$x + y + z = 180^\circ$$

sem verður

$$y + z = 180^\circ - x$$

Fyrst bæði „ $u = 180^\circ - x$ “ og „ $y + z = 180^\circ - x$ “ þá er augljóst að  $u = y + z$ . Því eins og Evklíð sagði:

„Stærðir sem eru jafnar sömu stærðinni eru jafnar hver annari“.



### Sýnidæmi:

Hve stórt er hornið  $x$ ?

### Lausn:

$$97^\circ + x = 135^\circ$$

$$x = 135^\circ - 97^\circ$$

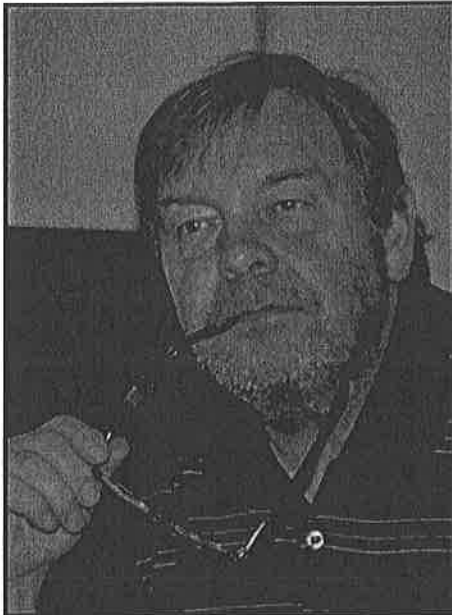
$$x = 38^\circ$$



Video 20 Einslaga  
marghyrningar

## 2.6 Einslaga marghyrningar

Ljósmyndirnar hér að neðan eru eins að öllu leyti nema því að þær eru misstórar. Stærsta myndin er 8 cm á hæð, sú í miðjunni er 6 cm há og sú minnsta er 4 cm há, helmingur af þeirri stærstu.

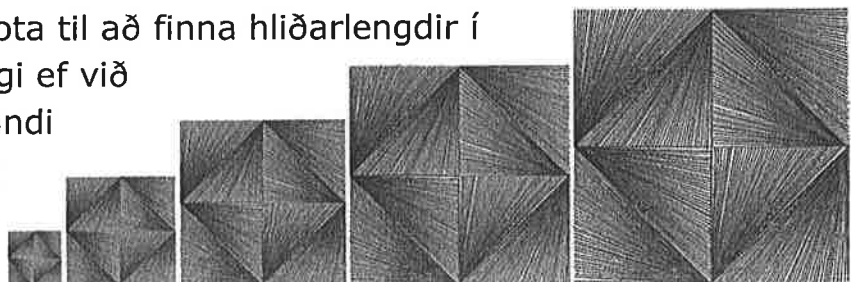


Breidd myndanna er í réttu hlutfalli við hæðina. Það er því ljóst að hlutföll í öllum myndunum eru þau sömu, allt er tvöfalt stærra í stærstu myndinni en á þeirri minnstu. Og allt á myndinni í miðjunni er í sömu hlutföllum og hinar tvær.

Við vitum „að allt á myndunum sé eins í laginu en misstórt“.  
Þær eru ekki eins en við segjum þær vera „einslaga“.

Tveir marghyrningar eru einslaga ef samsvarandi horn þeirra eru jafn stór. Þá eru hlutföll milli hliðanna þau sömu hvort sem er milli tveggja hliða í sama þríhyrningi eða „sömu“ hliða annarra þríhyrninga.

Þessi hlutföll má nota til að finna hliðarlengdir í einum marghyrningi ef við þekkjum samsvarandi hliðar í öðrum sem er einslaga.



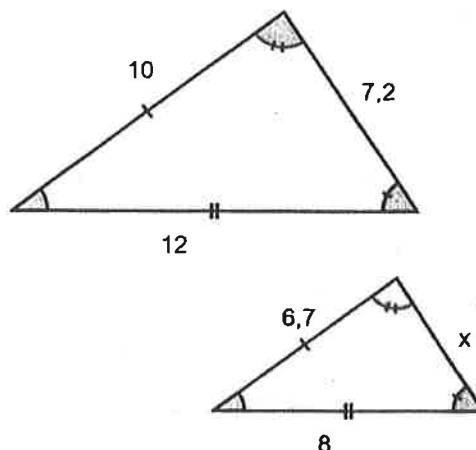


### Sýnidæmi

Þríhyrningarnir á myndinni eru einshyrndir og því einslaga. Reiknaðu lengd hliðarinnar  $x$ .

#### Lausn:

Hliðin  $x$  í minni þríhyrningnum samsvarar hliðinni sem er 7,2 í stærri þríhyrningnum og hliðin 8 í litla samsvarar hliðinni sem er 12 í þeim stóra.



Við getum nálgast þetta verkefni á tvo vegu:

1. Notum einfalda hlutfalla-jöfnu til að bera saman samsvarandi hliðar þríhyrninganna. Þeir eru hlutfallslega eins í laginu.

Við stillum jöfnunni upp þannig að öðrum megin er óþekkt hliðin á móti samsvarandi hlið í hinum. Hinum megin stillum við upp öðrum tveim sambærilegum hliðum á sama hátt og í sömu röð:

$$\frac{x}{7,2} = \frac{8}{12}$$

$$x = \frac{7,2 \cdot 8}{12}$$

$$x = \frac{57,6}{12} = 4,8$$

Við hefðum einnig getað sett jöfnuna upp þannig að við nýtum hlutfallið milli hliða hvors þríhyrnings fyrir sig. Það hlutfall er nefnilega það sama í báðum þríhyrningum því þeir eru einslaga.

Þá stillum við jöfnunni upp þannig að öðrum megin hennar komi  $x$  á móti annarri hlið í sama þríhyrningi en hinum megin komi hliðstæðar hliðar í sömu röð.

$$\frac{x}{8} = \frac{7,2}{12}$$

$$x = \frac{8 \cdot 7,2}{12}$$

$$x = \frac{57,6}{12} = 4,8$$

*Niðurstaðan er sú sama!*