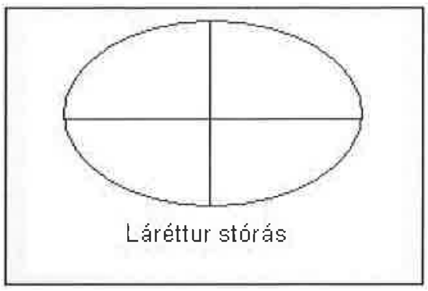
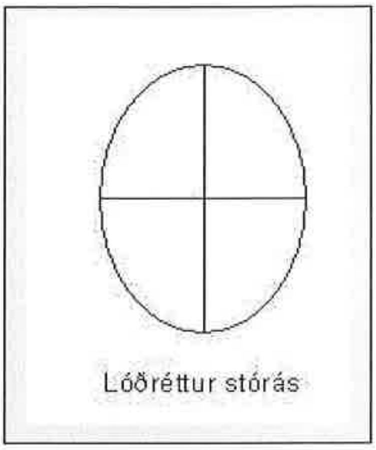
Sporbaugur

Sporbaugur er eins og hringur sem búið er að teygja til.





Almenn jafna sporbaugs með miðju (h , k) og láréttan stórás er

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \quad \text{þar sem } 0 < b < a.$$

Tölurnar a og b eru þ.a. stórásinn hefur lengdina 2a og skammásinn hefur lengdina 2b.

Jöfnu hrings má rita á forminu $\frac{(x-h)^2}{r^2}+\frac{(y-k)^2}{r^2}=1$ svo hringur er eins og sporbaugur þar sem a = b = r (þ.e. stórásinn (2a) er jafnlangur og skammásinn (2b) og er þá hvor um sig jafnlangur og miðstrengur hringsins (2r)).

ATH. Í vasareikninum er miðjan táknuð með (H , K) og talan A getur bæði staðið fyrir lengdina á hálfum stórási eða hálfum skammási. Best er að hugsa dæmið þannig að hærri talan (af A og B) gefur lengdina á hálfum stórási og lægri talan hálfum skammási. Ef hærri talan er undir x-sviganum verður stórásinn láréttur en ef hærri talan er undir y-sviganum er stórásinn lóðréttur.

Á stórási sporbaugs eru tveir punktar sem kallast brennipunktar (focus í vasareikni). Fjarlægð þeirra frá miðju sporbaugs er talan c þar sem c er gefið með formúlunni

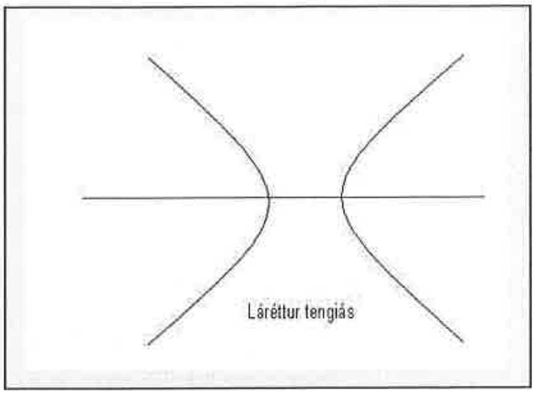
$$c=\sqrt{a^2-b^2} \quad \text{(ath. a er lengdin á hálfum stórási, þ.e. a er hærri talan).}$$

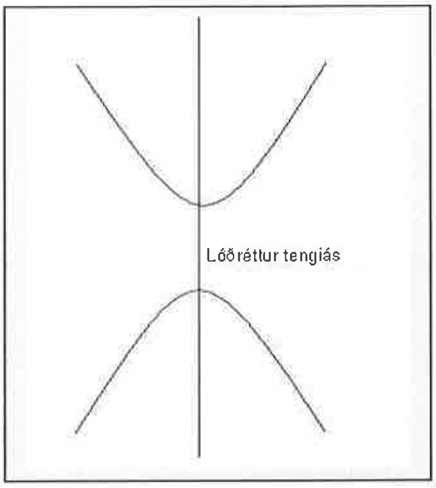
þ.e. c = kvaðratrótin af (hálfur stórás í öðru veldi mínus hálfur skammás í öðru veldi).

Talan $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$ kallast hringvik og er mælikvarði á hvað sporbaugurinn er teygður. Talan e er á bilinu frá 0 til 1 (e = 0 gefur okkur hring en ekki sporbaug) og því nær sem e er gildinu 1 þeim mun teygðari verður sporbaugurinn en því nær sem e er gildinu 0 þeim mun meir líkist sporbaugurinn hring.

Brautir reikistjarnanna eru sporbaugar sem flestar eru tiltölulega hringlaga nema braut Merkúr og Plútó sem áður taldist reikistjarna. Brautir sumra halastjarna eru sporbaugar og geta þær haft hringvik nálægt 1.

Breiðbogi





Jafnan

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

er jafna breiðboga með miðju $(h\,,\,k)$ og láréttan tengiás. Tengiásinn er lárétta (eða lóðrétta) línan gegnum miðjuna. Skurðpunktar breiðbogans og tengiássins kallast topppunktar (vertex) breiðbogans og eru þeir í fjarlægðinni a frá miðjunni svo fjarlægðin á milli topppunktanna er 2a. (Ath. miðpunkturinn sjálfur er ekki á breiðboganum heldur á mitt á milli boganna.) Tengiásinn er láréttur þegar plúsinn er á x – sviganum.

Jafnan

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

er jafna breiðboga með lóðréttan tengiás. (Plúsinn er á y – sviganum.)

Ath. Talan a er í nefnara brotsins sem er í plús en talan b er í nefnara brotsins sem er í mínus og gildir það sama fyrir A og B í breiðbogajöfnunni í vasareikninum.

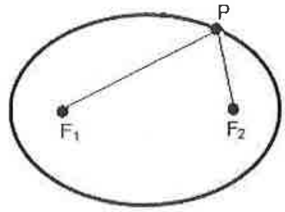
Hnit topppunktanna er hægt að finna með því að reikna skurðpunkta breiðbogans við tengiásinn, eða með því að nota sér að þeir eru í fjarlægðinni a frá miðpunkti breiðbogans og því fæst:

Ef tengiásinn er láréttur eru skurðpunktarnir $(h + a\,;\,k)$ og $(h - a\,;\,k)$ en ef hann er lóðréttur verða skurðpunktarnir $(h\,;\,k + a)$ og $(h\,;\,k - a)$.

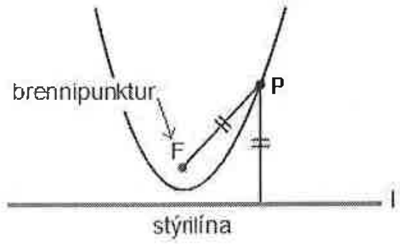
Einnig er hægt að finna hnit topppunktanna í vasareikninum.

Breiðboginn hefur brennipunkta (eins og sporbaugurinn) sem liggja á tengiásnum.

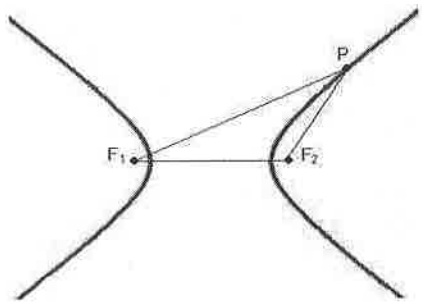
Hægt er að skilgreina keilusniðin út frá ákveðnum rúmfræðilegum eiginleikum þeirra eins og nú verður gert:



Sporbaugur er skilgreindur sem safn allra punkta P sem hafa ákveðna samanlagða fjarlægð d frá tveimur gefnum punktum F_1 og F_2. Með öðrum orðum: Punkturinn P er á sporbaugi ef $|F_1P|+|F_2P|=d$ þar sem d er stærri en fjarlægðin á milli punktanna F_1 og F_2. Punktarnir F_1 og F_2 kallast brennipunktar sporbaugsins.



Fleygbogi er safn allra punkta P sem eru þannig að fjarlægð P frá gefnum punkti F (brennipunkti) og fjarlægð P frá gefinni línu l (stýrilínu) eru jafnar.



Breiðbogi er safn allra punkta P þannig að mismunurinn á fjarlægð P frá tveimur gefnum punktum F_1 og F_2 er föst ákveðin tala d. Með öðrum orðum er $|F_1P|-|F_2P|=d$. Punktarnir F_1 og F_2 kallast brennipunktar breiðbogans.

Séu keilusnið teiknuð í venjulegu hnitakerfi má lýsa þeim með jöfnu af gerðinni:
$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ þar sem A, B, C, D, E og F eru gefnir fastar.
Til dæmis fæst jafna einingarhringsins: $x^2+y^2=1$ ef A = C = 1, B = D = E = 0 og $F=-1$ og jafna fleygbogans $y=x^2$ ef $A=-1$, E = 1 og B = C = D = F = 0. Hægt er að finna margvíslegan fróðleik um keilusnið á netinu.