Kafli 3. Lögmál Kirchhoffs

Verkmenntaskólinn á Akureyri

2022

Verkmenntaskólinn á Akureyri

Rafdeild

Efnisyfirlit

3. Lögmál Kirchhoffs.

Markmið

Í þessum kafla er fjallað um lögmál Kirchhoffs og notkun þeirra við útreikninga á rað- og hliðtengdum rásum. Í lok kaflans átt þú að vera fær um að reikna heildarviðnám í raðtengdri rás, strauminn og finna hvernig spennugjafaspennan skiptist milli raðtengdra mótstaða eða álaga. Þú átt að geta reiknað heildarviðnám í hliðtengdri rás og fundið hvernig heildarstraumur frá spennugjafa skiptist á milli greina hliðtengingar eftir stærð mótstaða í hliðtengingunni. Þú átt einnig að vera fær um að finna heildarviðnám í blandaðri tengingu mótstaða. Þú átt að þekkja hugtakið spennudeilir og vera fær um að reikna spennur í slíkri rás með hlutföllum.

Inngangur

Lögmál Kirchhoffs eru tvö, lögmál 1 og lögmál 2.

Lögmál 1: Summa strauma sem streyma að greinipunkti er jöfn summu þeirra strauma sem streyma frá honum eða m.ö.o. summa allra strauma í greinipunkti er núll þegar tekið er tillit til stefnu þeirra eða formerkja. Hliðtenging er dæmi um lögmál 1.

Lögmál 2: Summa spennufalla í straumrás er jöfn spennugjafaspennunni eða m.ö.o. summa allra spenna í straumrás er núll þegar tekið er tillit til pólunnar spennanna eða formerkja. Raðtenging er dæmi um lögmál 2.

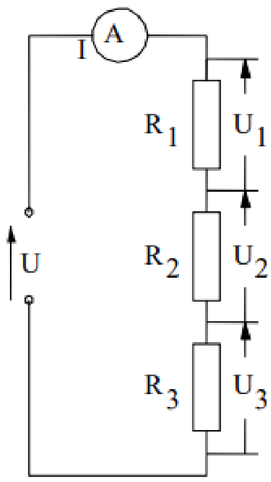
Lögmál Kirchhoffs gilda bæði fyrir jafn- og riðstraumsrásir.

Í útskýringum hér á eftir er talað um mótstöður. Mótstaða er íhlutur sem veldur viðnámi og þar með spennufalli í straumrás. Mótstaðan getur verið íhlutur sem er eingöngu til að fá fram spennufall, eins og algengt er í rafeindarásum, en oftast er hún notuð sem tákn fyrir álag. Með álagi er átt við eitthvert raftæki, s.s. hitald í katli, ljósaperu, rafvél o.s.frv. Við skulum skoða þetta nánar og byrja á lögmáli 2.

2. lögmál Kirchhoffs

Raðtenging

Mynd 3.1 sýnir okkur þrjár raðtengdar mótstöður, R1, R2 og R3. Hér eru bara teknar þrjár mótstöður en fjöldinn getur verið hver sem er. Þegar straumur fer um rásina verða til spennuföllin U1, U2 og U3. Samkvæmt lögmáli 2 á summa þeirra að vera jafn stór og spennugjafaspennan eða:



Mynd 3.1

$$\boldsymbol{U = U_1 + U_2 + U_3} \qquad (3.1)$$

Í raðtengdri rás er bara einn straumur eða m.ö.o. sami straumurinn í gegnum allar mótstöðurnar. Stærð spennufallanna er því, samkvæmt lögmáli Ohms

$$\boldsymbol{U_1 = I * R_1;\ U_2 = I * R_2;\ U_3 = I * R_3} \qquad (3.2)$$

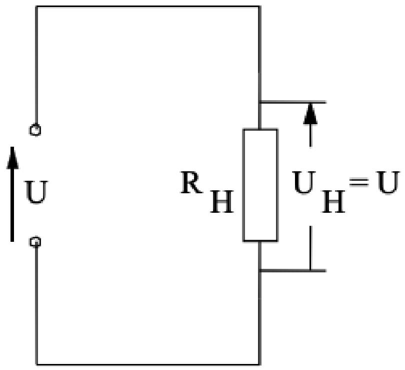
og spennugjafaspennan:

$$\boldsymbol{U = I * R_H} \qquad (3.3)$$

þar sem RH er heildarviðnám rásarinnar.

Ef við setjum formúlur (3.2) og (3.3) inn í formúlu (3.1) fáum við:

$$\boldsymbol{I * R_H = I * R_1 + I * R_2 + I * R_3} \qquad (3.4)$$



Mynd 3.2

Þar sem straumurinn er sá sami í allri rásinni getum við stytt hann út. Niðurstaðan er formúla (3.5), sem gildir fyrir heildarviðnám í raðtengdri rás

$$\boldsymbol{R_H = R_1 + R_2 + R_3} \qquad (3.5)$$

Þetta má orða þannig:

Í raðtengingu er heildarviðnámið, RH, jafnt summu viðnáma rásarinnar. Mynd 3.2 er þá jafngildismynd rásarinnar á mynd 3.1, þ.e. RH er jafn stórt viðnám og hin þrjú til samans og getur komið í staðinn fyrir þau.

Ef n (fjöldi) jafnstórar mótstöður eru raðtengdar verður sama spennufall yfir þær allar. Hvert spennufall verður nti hluti spennugjafaspennunnar.Við getum skrifað þetta á eftirfarandi hátt:

$$\boldsymbol{U_1 + U_2 + U_3 = \cdots = U_n = \frac{U}{n}} \qquad (3.6)$$

Ef við setjum ***I * R*** inn fyrir spennurnar fáum við:

$$\boldsymbol{U_1 = U_2 = U_3 = \cdots = U_n = \frac{I * R_H}{n}} \qquad (3.7)$$

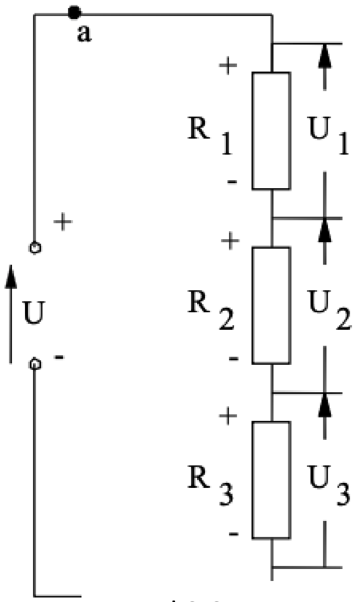
Styttum út strauminn I og fáum:

$$\boldsymbol{R_1 = R_2 = R_3 = \cdots = R_n = \frac{R_H}{n}} \qquad \textbf{\textit{(3.8)}}$$

eða leyst m.t.t heildarviðnámsins:

$$\boldsymbol{R_H = n * R} \qquad \textbf{\textit{(3.9)}}$$

þar sem n táknar fjölda mótstaðanna.



Mynd 3.3

Í inngangi kaflans var 2. lögmal Kirchhoffs orðað þannig að summa allra spennufalla í rás væri núll ef tekið er tillit til pólunar eða formerkis spennanna. Á mynd 3.3 er búið að merkja póla spennanna í straumrásinni. Ath. að ef um riðstraumsrás væri að ræða gætum við hugsað okkur að þessi pólun ríkti á ákveðnu augnabliki. Við skulum fylgja stefnu straumsins og fara hring réttsælis í straumrásinni frá punkti a. Ef við skrifum niður spennurnar og köllum spennuna jákvæða þegar við komum fyrst að +pól og neikvæða þegar við komum fyrst að -pól getum við skrifað eftirfarandi formúlu samkvæmt lögmáli 2:

$$\boldsymbol{U_1 + U_2 + U_3 - U = 0} \qquad (3.10)$$

Leysum formúluna m.t.t. U og fáum:

$$\boldsymbol{U = U_1 + U_2 + U_3} \qquad (3.1)$$

sem kemur m.ö.o. heim við formúlu (3.1).

Við hefðum alveg eins mátt fara í hring, rangsælis, út frá punkti a í mynd 3. Þá hefði spennan U komið jákvæð í formúluna en hinar neikvæðar. Útkoman verður eins.

Sýnidæmi 3.1

Þrjár mótstöður, 10 Ω, 20 Ω, og 30 Ω, eru raðtengdar og tengdar við 100V spennugjafa.

a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn á hana gefnar stærðir.

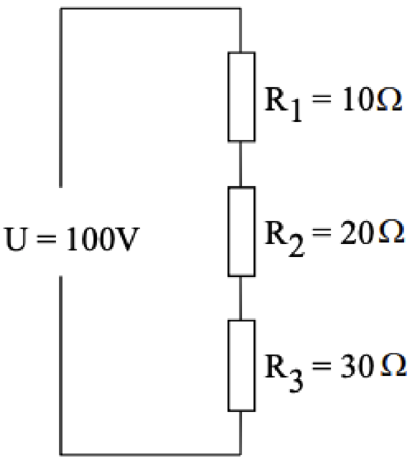
b) Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar

c) Reiknaðu strauminn í rásinni.

d) Reiknaðu spennufallið yfir hvert viðnám.

e) Sýndu fram á að lögmál Kirchhoffs standist.

Lausn:



Mynd 3.4

a) Sjá mynd 3.4

b) Heildarviðnám rásarinnar verður samkvæmt formúlu (3.5):

$$R_H = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60\Omega$$

c) Notum Ohmslögmál til að reikna strauminn:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{100}{60} = 1{,}67\ A$$

d) Spennuföll yfir hverja mótstöðu verður

$$U_1 = I * R_1 = 1{,}67 * 10 = 16{,}7\ V$$
$$U_2 = I * R_2 = 1{,}67 * 20 = 33{,}4\ V$$
$$U_3 = I * R_3 = 1{,}67 * 30 = 50{,}1\ V$$

e) Setjum inn í formúlu (3.1):

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 16{,}7 + 33{,}4 + 50{,}1 = 100{,}2\ V$$

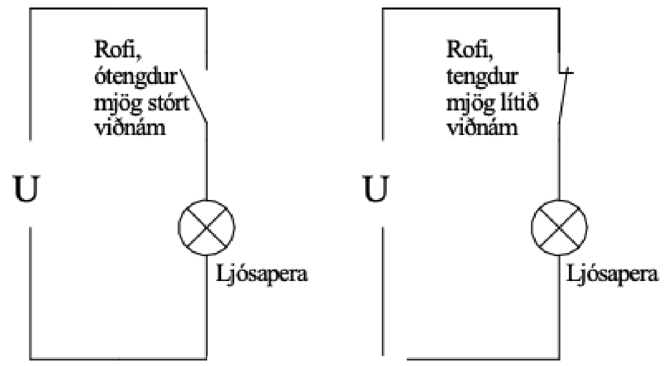
Þetta kemur heim við lögmál Kirchhoffs. Til að fá nákvæmlega 100 V hefði þurft fleiri aukastafi í útreikning.

Notkun raðtengingar

Álög eru aldrei raðtengd því þau eru gerð fyrir ákveðna spennu og ef straumur er rofinn að einu rofnar hann líka að því næsta. En raðtenging kemur oft fyrir og við skulum líta á nokkur dæmi.

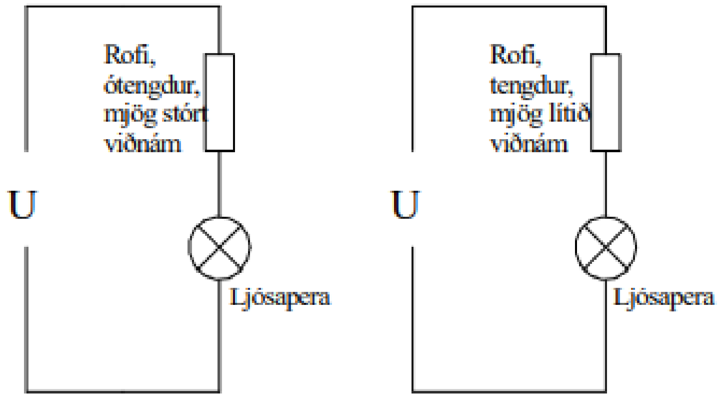
Rofarás.

Það má líta á rofa sem viðnám með tvö gildi. Þ.e.a.s. núll Ω þegar hann er í tengdri stöðu og mjög stórt viðnám þegar hann er í rofinni stöðu. Venjuleg straumrás með t.d. ljósaperu (glóperu) gæti litið út eins og mynd 3.5 sýnir. Á myndinni t.v. er rásin rofin en tengd á myndinni t.h.



Mynd 3.5

Á mynd 3.6 er búið að skipta rofunum út fyrir mótstöðu með mjög lítið eða núll viðnám í tengdri stöðu og mjög stórt viðnám, nokkrar miljónir ohma, í rofinni stöðu.



Mynd 3.6

Við skulum líta á talnadæmi.

Sýnidæmi 3.2

Ljósapera er tengd 230 V spennugjafa í gegnum rofa. Viðnám perunnar er 460 Ω þegar hún lýsir og við skulum reikna með sama viðnámi þegar hún lýsir ekki. Viðnám rofans er 0 Ω í tengdri stöðu og 5M Ω í rofinni stöðu.

a) Teiknaðu tengimynd fyrir báðar stöður rofans og notaðu viðnámstákn í stað rofa.

b) Reiknaðu heildarviðnámið í rásinni með hjálp formúlu (3.2) fyrir bæði tilfellin.

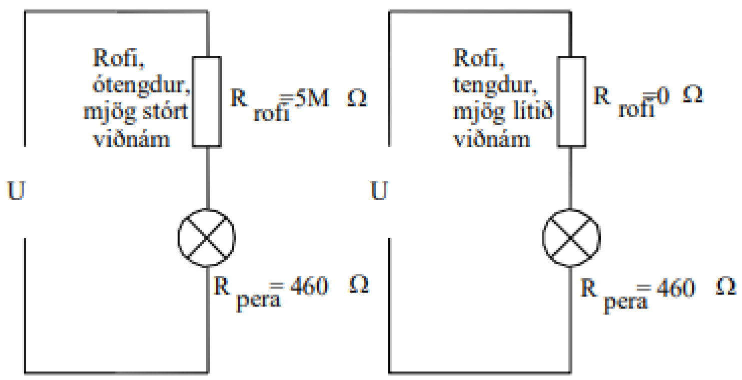
c) Reiknaðu strauminn í rásinni með Ohmslögmáli.

d) Reiknaðu spennuföllin yfir rofa og peru í báðum tilfellum.

e) Sýndu fram á að 2. lögmál Kirchhoffs standist með því að leggja saman spennuföllin í rásinni.

Lausn:

a) Sjá mynd 3.7.



Mynd 3.7

b) Notum formúlu (3.4) fyrir heildarviðnám.

Rofi í rofinni stöðu.

$$R_H = R_{rofi} + R_{pera} = 5 * 10^6 + 460 = 5000460\Omega$$

Rofi í tengdri stöðu:

$$R_H = R_{rofi} + R_{pera} = 0 + 460 = 460\Omega$$

c) Strauminn reiknum við með Ohmslögmáli.
Rofi í rofinni stöðu:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{5000460} = 0{,}000045999 = 45{,}999\ \mu A$$

Í tengdri stöðu

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{460} = 0{,}5\ A$$

d) Spennuföllin í rásinni þegar rofi er í rofinni stöðu.

$$U_{rofi} = I * R_{rofi} = 45{,}999 * 10^6 + 5 * 10^{-6}$$
$$= 229{,}995\ V$$

$$U_{pera} = I * R_{pera} = 45{,}999 * 10^6 * 460 = 0{,}021\ V$$

Spennuföllin í rásinni þegar rofi er í tengdri stöðu.

$$U_{rofi} = I * R_{rofi} = 0{,}5 * 0 = 0\ V$$

$$U_{pera} = I * R_{pera} = 0{,}5 * 460 = 230\ V$$

e) Þegar við leggjum saman spennuföllin í fyrra tilfellinu í lið fáum við 230,016 V og í seinna tilfellinu nákvæmlega 230 V. Í þessum útreikningum hefur fjöldi aukastafa áhrif á það hvort við fáum nákvæmlega uppgefna spennugjafaspennu.

Við skulum hins vegar draga lærdóm af þessum niðurstöðum. Þær segja okkur að þegar við raðtengjum viðnám af ólíkri stærð, þá tekur stærra (stærsta) viðnámið stærri hluta spennunnar og mismunurinn vex eftir því sem mismunur viðnámanna er meiri.
Athuga þarf líka vel að rofi er ekki óendanlegt viðnám, en viðnám hans getur verið mjög stórt í hreinum og þurrum rofa. Ef raki kemst í rofa getur viðnám hans minnkað og umtalsverður straumur farið um rásina þó rofinn sé í rofinni stöðu.

Fallmótstaða.

Það er hægt að fella spennu fyrir álag eða íhlut með því að raðtengja mótstöðu af ákveðinni stærð með álaginu eða íhlutnum.

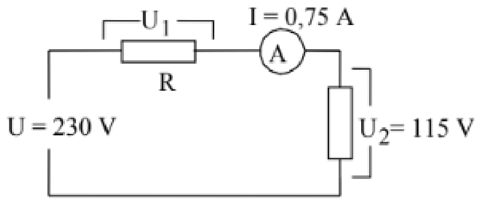
Tökum dæmi.

Sýnidæmi 3.3

Tæki er gert fyrir 115 V spennu og tekur 0,75 A. Þú hefur bara aðgang að 230 V spennukerfi og raðtengir því fallmótstöðu við tækið.
a) Teiknaðu skýringarmynd.
b) Hve stórt þarf viðnám fallmótstöðunnar að vera til að tækið fái rétta spennu?
c) Er þetta heppileg leið til að breyta spennu?
Rökstyddu svarið.

Lausn:

a) Mynd 3.8 sýnir tenginguna.



Mynd 3.8

b) Samkvæmt formúlu (3.1) er:

$U = U_1 + U_2$ Leyst m.t.t. U1:

$$U_1 = U - U_2 = 230 - 115 = 115\ V$$

Finna R með Ohmslögmáli:

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{115}{0{,}75} = 153{,}3\ \Omega$$

c) Nei. Það er jafn mikið afl sem tapast í mótstöðunni og tækið sjálft er að nota. Þess vegna er þetta ekki heppileg aðferð.

Jóla-„sería“.

Í svokölluðum jóla-„seríum“ er ákveðinn fjöldi pera raðtengdur við spennugjafa. Fjöldi peranna fer eftir því hvað hver pera þolir. Við skulum skoða dæmi. Sýnidæmi.

Sýnidæmi 3.4

Jóla-„sería“ er gerð fyrir 230V.

a) Teiknaðu mynd af tengingunni.

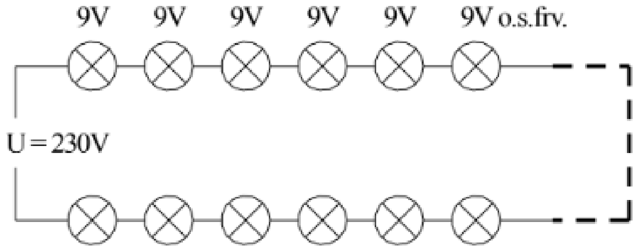
b) Hve margar perur þurfa að vera í henni ef hver pera þolir 9 V

c) Hvað gerist ef ein peran bilar?

d) Hvernig getum við fundið biluðu peruna með spennumælingu?

Lausn:

a) Sjá mynd 3.9. Á myndinni er bara sýndur hluti peranna og brotin lína sem á að tákna ótiltekinn fjölda í viðbót.



Mynd 3.9

b) Notum formúlu (3.6), setjum 9 V inn fyrir Un og leysum út n.

$$n = \frac{U}{U_n} = \frac{230}{9} = 25{,}5\, perur$$

Við veljum 26 perur. Við það verður spennan aðeins lægri yfir hverja peru.

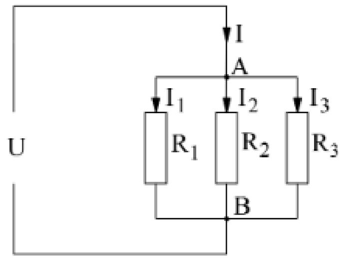
c) Ef glóþráðurinn í einni peru bilar virkar peran sem mjög stórt viðnám. Samkvæmt lögmáli Kirchhoffs fær stærsta viðnámið hæstu spennuna og því mælum við nánast 230 V yfir þá peru sem er biluð. Yfir hinar mælist nánast 0 V.

1. lögmál Kirchhoffs

Hliðtenging

Við hliðtengingu mótstaða, tveggja eða fleiri, verður sama spenna yfir þær allar. Straumurinn verður hins vegar mismunandi og fer eftir stærð mótstaðanna.

Á mynd 3.10 sjáum við þrjár hliðtengdar mótstöður, R1, R2 og R3, sem tengjast saman í punktunum A og B. Þær fá því allar sömu spennu, U.



Mynd 3.10

Samkvæmt Kirchhoffslögmáli 1 á straumurinn sem streymir að punkti A og vera jafn summu straumanna sem streyma frá þeim punkti eða:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3} \qquad (3.11)$$

Í punkti B streyma straumarnir I1, I2 og I3 að punktinum og straumurinn I frá og við hefðum getað skrifað Kirchhoffslögmál sem:

$$\boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3} = \boldsymbol{I} \qquad (3.12)$$

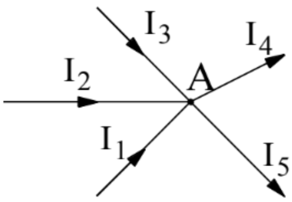
sem kemur að sjálfsögðu í sama stað niður.

Á mynd 3.10 eru bara sýndar þrjár greinar en lögmál Kirchhoffs gildir um ótiltekinn fjölda greina og getur þá litið svona út:

$$\boldsymbol{I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n} \quad (3.13)$$

þar sem n er fjöldi greina.

Kirchhoffslögmál má líka orða á eftirfarandi hátt: Þegar straumrás greinist í tvær eða fleiri straumrásir er heildarstraumurinn jafn summu greinistraumanna.



Mynd 3.11

Á mynd 3.11 eru sýndir 5 straumar. Þrír þeirra streyma að punktinum A og tveir frá. Ef við skilgreinum straumana sem streyma að sem jákvæða og þá sem streyma frá neikvæða getum við skrifað lögmál Kirchhoffs á eftirfarandi hátt:

$$\boldsymbol{I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0} \quad (3.14)$$

eða:

$$\boldsymbol{I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5} \quad (3.15)$$

Í formúlu (3.14) segjum við að summa strauma í ákveðnum greinipunkti sé núll þegar reiknað er með stefnu þeirra eða formerkjum. Formúla (3.15) hljóðar hins vegar þannig að summa straumanna sem koma að tengipunkti sé jöfn summu þeirra sem fara frá honum.

Athuga þarf að það sem ræður því hvort straumur er jákvæður eða neikvæður er skilgreiningaratriði. Þannig er alveg eins hægt að gefa sér að straumar sem streyma að greinipunkti séu neikvæðir en jákvæðir þeir sem streyma frá.

Ef um riðstraum er að ræða þurfum við að gefa okkur ákveðið augnablik þar sem riðstraumur streymir fram og til baka í straumrás eins og fram kemur í kafla 2.

Stærð greinistrauma í hliðtengdri rás má finna með Ohmslögmáli. Sjá mynd 3.10

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3} \qquad (3.16)$$

Við sjáum á formúlu (3.16) að stærð greinistraumanna er í öfugu hlutfalli við stærð viðnámanna.

Heildarstrauminn gætum við líka fundið út frá Ohmslögmáli ef við þekkjum heildarviðnám rásarinnar, RH.

$$I = \frac{U}{R_H} \qquad (3.17)$$

En hvernig getum við fundið formúlu heildarviðnámsins? Jú ef við setjum formúlur (3.16) og (3.17) inn í formúlu (3.11) fáum við:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U}{R_H} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

Styttum út spennuna U og fáum formúlu fyrir heildarviðnám í hliðtengdri rás

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.18)$$

Ef aðeins eru tvær hliðtengdar mótstöður má umskrifa formúlu (3.18) á eftirfarandi hátt:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rrightarrow \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.19)$$

Séu hliðtengdu mótstöðurnar jafn stórar verður heildarviðnám rásarinnar nti hluti einnar mótstöðu. Tökum dæmi um þrjár jafn stórar mótstöður:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

$$R_H = \frac{R}{3}$$

Og ef fjöldi mótstaða væri n verður formúlan

$$\boldsymbol{R_H = \frac{R}{n}} \quad (3.20)$$

Í hliðtengingu er heildarviðnámið alltaf minna en minnsta viðnámið.

Hliðtenging tækja hefur þann kost, að öll tæki fá sömu spennu. Þótt við rjúfum straum að einu tæki, hefur það ekki áhrif á önnur, þar eð hvert tæki hefur sjálfstæða straumrás.

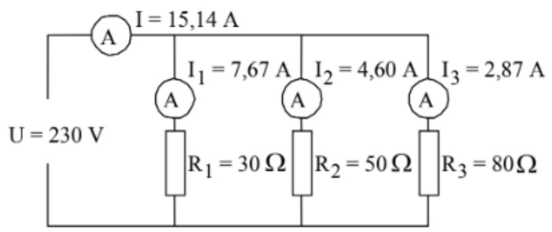
Ef ein pera brennur í ljósakerfi með 100 perum, þá logar á hinum eftir sem áður.

Sýnidæmi 3.5

Þrjár mótstöður eru hliðtengdar við 230 V spennugjafa.
R1 = 30 Ω, R2 = 50 Ω og R3 = 80 Ω.
a) Gerðu tengimynd og merktu inn á hana gefnar stærðir. Sýndu á myndinni straummæla sem mæla greinistrauma og heildarstraum.
b) Reiknaðu heildarviðnám hliðtengingarinnar.
c) Reiknaðu greinistrauma rásarinnar.
d) Reiknaðu heildarstrauminn frá spennugjafanum.
e) Merktu útreiknuðu stærðirnar inn á tengimyndina í a) lið.

Lausn.

a) Sjá mynd 3.12.



Mynd 3.12

b) 2. Við setjum viðnámsgildin inn í formúlu (3.18):

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{1}{80}$$

Hér ættum við að finna samnefnara fyrir brotin en auðveldasta aðferðin er að nota X^{-1} hnappinn á reiknivélinni okkar. Þá fáum við:

$\frac{1}{R_H}$ = 0,0333 + 0,02 + 0,0125 = 0,06583 eða

$$R_H = \left({R_1}^{-1} + {R_2}^{-1} + {R_3}^{-1}\right)^{-1} =$$

$$30^{-1} + 50^{-1} + 80^{-1}$$

Ath. að þegar þú hefur lagt saman brotin þarf að ýta aftur á X^{-1} hnappinn því $\frac{1}{R_H} = 0{,}00653$

$R_H = 15{,}2\Omega$

b) Greinistraumana reiknum við með Ohmslögmáli:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{230}{30} = 7{,}67\ A$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{230}{50} = 4{,}60\ A$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{230}{80} = 2{,}87\ A$$

c) Notum formúlu (3.11)

$$I = R_1 + R_2 + R_3 = 7{,}67 + 4{,}60 + 2{,}87 = 15{,}14\ A$$

Við getum líka notað heildarviðnámið, sem við reiknuðum út í lið a):

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{15{,}2} = 15{,}14\ A$$

Sýnidæmi 3.6

10 stk 100 Ω mótstöður eru hliðtengdar og tengdar við 24V riðspennugjafa.

a) Gerðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.

b) Reiknaðu heildarviðnám mótstaðanna.

c) Reiknaðu heildarstrauminn sem mótstöðurnar taka frá spennugjafanum.

Lausn:

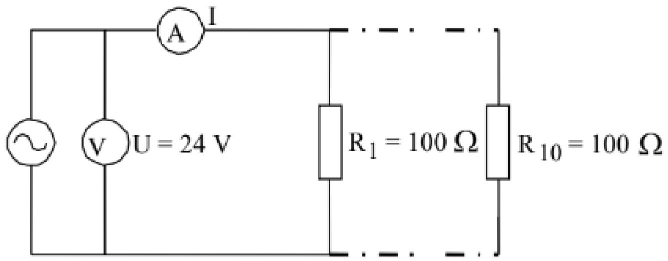
a) Sjá mynd 3.13.

b) Notum formúlu (3.20):

$$R_H = \frac{R}{n} = \frac{100}{10} = 10\ \Omega$$

c) Heildarstraumurinn verður samkvæmt Ohmslögmáli:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{24}{10} = 2{,}4\ A$$



Mynd 3.13

Sýnidæmi 3.7

Tvær mótstöður, 270 Ω og 360 Ω, eru hliðtengdar og tengdar við 230 V spennugjafa.

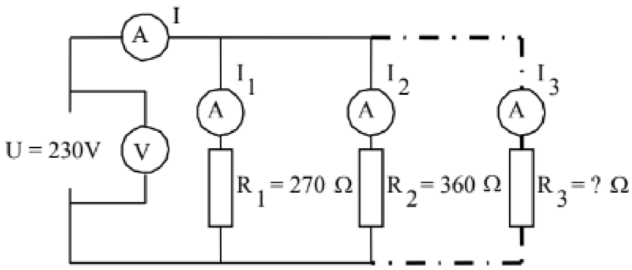
a) Teiknaðu tengimynd og sýndu mæla sem mæla spennu og strauma rásarinnar.

b) Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.

c) Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum.
d) Nú er þriðja mótstaðan, R3, hliðtengd við mótstöðurnar sem fyrir eru. Straumurinn frá spennugjafanum fer þá í 2,5 A. Teiknaðu nýju mótstöðuna inn á tengimyndina og reiknaðu stærð hennar.

Lausn:

a) Sjá mynd 3.14.



Mynd 3.14

b) Setjum gildin á R1 og R2 inn í formúlu (3.19) og reiknum út:

$$R_H = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{270 * 360}{270 + 360} = 154{,}3\ \Omega$$

b) Notum Ohmslögmál:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{154{,}3} = 1{,}49\ A$$

c) Til að finna viðnám nýju mótstöðunnar, R3, verðum við fyrst að finna heildarviðnám þessara þriggja mótstaða. Það getum við gert út frá straumnum frá spennugjafanum eftir breytinguna. Við skulum kalla hann *I*.

$$R_H = \frac{U}{I} = \frac{230}{2,5} = 92\Omega$$

Þá getum við sett inn í formúlu (3.18) því nú er bara viðnámið R3 óþekkt stærð:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad Tökum \ \frac{1}{R_3} \quad fram \ fyrir$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{92} - \frac{1}{270} - \frac{1}{360}$$

$$= 0,01 - 0,0037 - 0,0027 \quad = 0,0043$$

$$R_3 = \frac{1}{0,0043} = 227,9\ \Omega$$

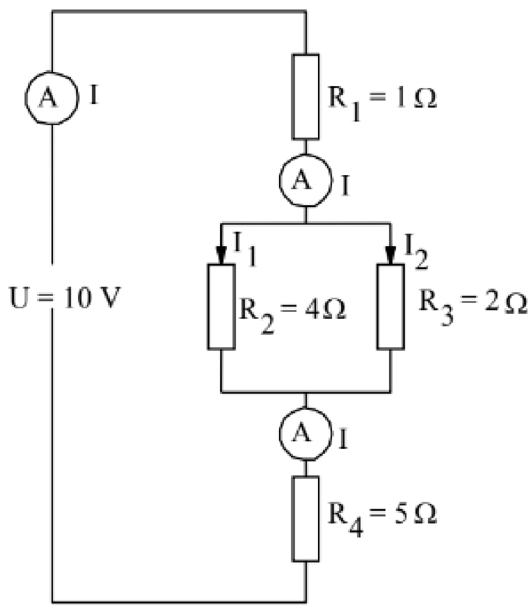
Blönduð tenging

Blönduð tenging er straumrás með bæði raðtengdum og hliðtengdum mótstöðum. Til þess að finna heildarviðnám slíkra rása getur verið gott að einfalda þær í hreinar raðtengdar rásir eða hreinar hliðtengdar rásir og reikna þær síðan eftir sömu reglum og áður voru nefndar.

Til skýringar skulum við líta á nokkur sýnidæmi.

Sýnidæmi 3.8

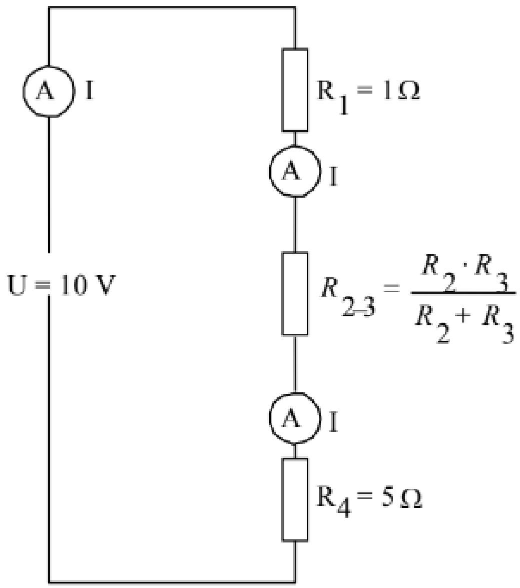
Fjórar mótstöður eru tengdar við 10V spennugjafa eins og mynd 3.15 sýnir.
a) Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar
b) Heildarstrauminn frá spennugjafanum og greinistraumana. Ath. að straummælarnir þrír á myndinni sýna allir sama strauminn.



Mynd 3.15

Lausn:

a) Best er að byrja á því að reikna út hliðtengdu mótstöðurnar, R2 og R3. Þegar heildarviðnám þeirra, sem við skulum kalla R2-3, hefur verið fundið getum við hugsað okkur rásina sem þrjár raðtengdar mótstöður, þ.e. R1 , R2-3 og R4. Sjá mynd 3.16. Heildarviðnám hliðtengdu mótstaðanna, R2 og R3, finnum við með hjálp formúlu (3.19).



Mynd 3.16

$$R_{2-3} = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 * 2}{4 + 2} = 1{,}33\ \Omega$$

Heildarviðnám rásarinnar verður þá samkvæmt (3.5):

$R_{2-3} = R_1 + R_{2-3} + R_4 = 1 + 1{,}33 + 5 = 7{,}33\Omega$

Og heildarstraumurinn, I, samkvæmt Ohmslögmáli:

$I = \frac{U}{R_H} = \frac{10}{7{,}33} = 1{,}36\ A$

Spennufallið yfir hliðtenginguna R2-3 verður:

$$U_{2-3} = I * R_{2-3} = 1{,}36 * 1{,}33 = 1{,}81\ V$$

Greinistraumarnir verða:

$$I_1 = \frac{U_{2-3}}{R_2} = \frac{1{,}81}{4} = 0{,}45\ A\ og$$

$$I_2 = \frac{U_{2-3}}{R_3} = \frac{1{,}81}{2} = 0{,}9\ A$$

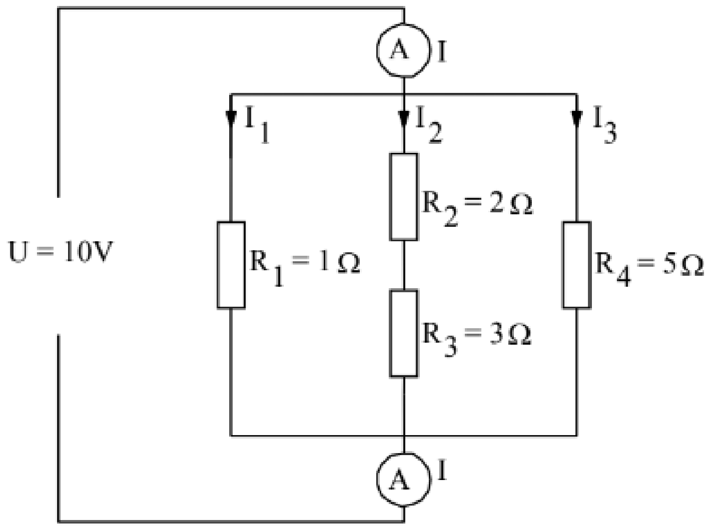
Prófun með formúlu (3.11) gefur:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}45 + 0 + ,9 = 1{,}35\ A$$

Munurinn er 1,36 - 1,35 = 0,01 A , sem stafar af fjölda aukastafa sem notaðir eru í útreikningunum.

Sýnidæmi 3.9

Fjórar mótstöður eru tengdar við 10 V spennugjafa eins og mynd 3.17 sýnir.

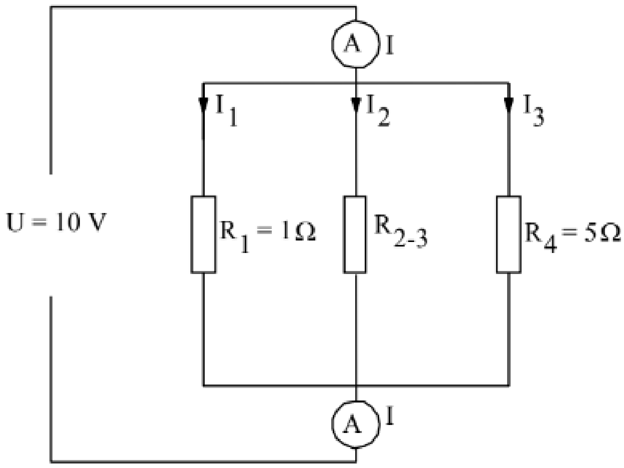


Mynd 3.17

a) Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
b) Reiknaðu heildarstrauminn frá spennugjafanum og greinistraumana.

Lausn:

a) Best er að byrja á því að reikna út raðtengdu mótstöðurnar, R2 og R3. Þegar heildarviðnám þeirra, R2-3, hefur verið fundið getum við hugsað okkur rásina sem þrjár hliðtengdar mótstöður, þ.e. R1 , R2-3 og R4. Sjá mynd 3.17. Viðnám R2 og R3 finnum við með hjálp formúlu (3.5).



Mynd 3.18

$$R_{2-3} = R_2 + R_3 = 2 + 3 = 5\Omega$$

Heildarviðnám rásarinnar finnum við með formúlu (3.15):

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2-3}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$
$$= 1 + 0{,}2 + 0{,}2 = 1{,}4$$

$$R_H = \frac{1}{1{,}4} = 0{,}714\ \Omega$$

b) Heildarstraumurinn verður samkvæmt Ohmslögmáli:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{10}{0{,}714} = 14\ A$$

Og greinistraumarnir:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{10}{1} = 10\ A$$

$$I_2 = \frac{U}{R_{2-3}} = \frac{10}{5} = 2\ A$$

$$I_3 = \frac{U}{R_4} = \frac{10}{5} = 2\ A$$

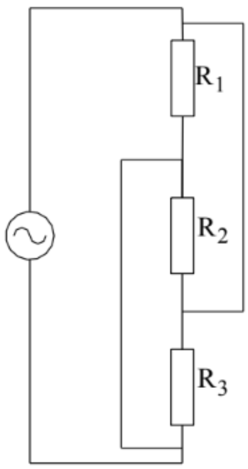
Prófun með formúlu (3.8) gefur

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 10 + 2 + 2 = 14\ A$$

sem kemur heim við gildið sem við reiknuðum með Ohmslögmáli.

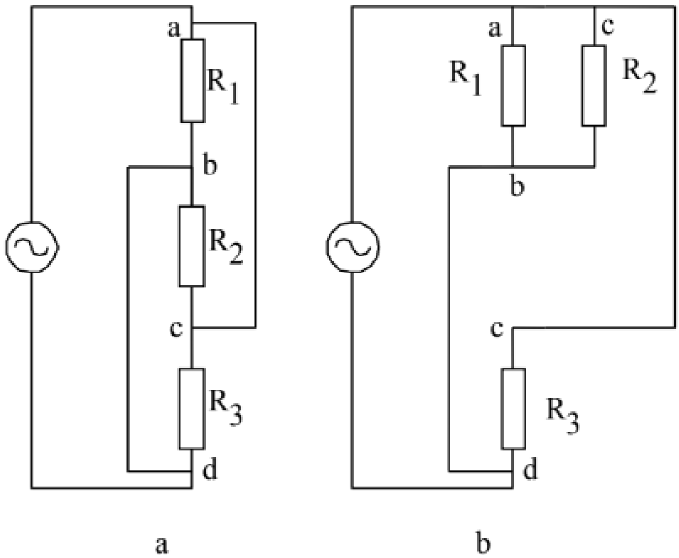
Í sumum tilfellum getur verið nauðsynlegt að umteikna myndir af flóknum rásum til að reyna að fá á þær kunnuglegri mynd. Við skulum fara betur yfir það í næsta sýnidæmi.

Sýnidæmi 3.10 Skoðaðu vel rásina á mynd 3.19 og reyndu að skrifa formúlu fyrir heildarviðnám rásarinnar.

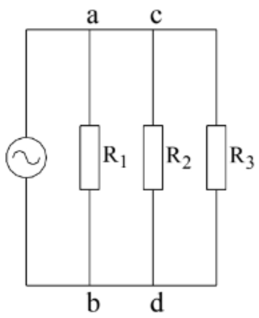


Mynd 3.19

Lausn: Þegar rásir eru umteiknaðar er gott að merkja alla greinipunkta eins og sýnt er á mynd 3.20a.



Mynd 3.20



Mynd 3.20c

Þá sést betur að efri endi R1 og neðri endi R2 eru samtengdir. Snúum R2 á haus og teiknum hana við hlið R1. Þegar þar er komið sést vel að þetta eru þrjár hliðtengdar mótstöður eins og fram kemur á mynd 3.20c.

Og formúlan verður:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

eða $R_H{}^{-1} = R_1{}^{-1} + R_2{}^{-1} + R_3{}^{-1}$

Eða formúla fyrir hliðtengdar mótstöður.

Spennudeilir

Spennudeilir er rás með raðtengdum mótstöðum sem skiptir spennu frá spennugjafa niður í lægri spennugildi eitt eða fleiri. Þessi spennugildi er síðan hægt að nota fyrir eitthvert tæki eða rásarhluta.

Spennudeilar eru mikið notaðir ekki síst í rafeindatækninni. Rásin í sýnidæmi 3.3 er í rauninni spennudeilir. En við skulum skoða í sýnidæminu hér á eftir spennudeili með álagi.

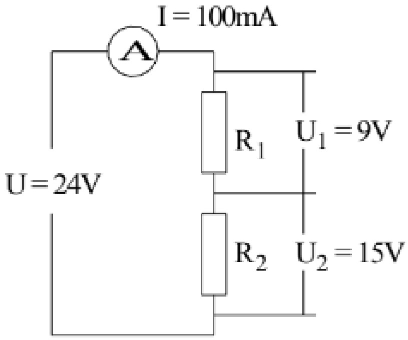
Sýnidæmi 3.11

a) Útbúðu spennudeili sem skiptir 24 V spennu spennugjafa niður í 9 og 15 V. Spennudeilirinn á að taka 100 mA frá spennugjafanum.

b) Bættu álagi við spennudeilinn sem á að fá 15 V spennu og taka 10 mA straum. Hve mikið breytist spennudeilingin í rásinni við þetta?

Lausn:

a) Best er að byrja á því að gera mynd af rásinni. Sjá mynd 3.21a. Þar sem spennurnar eru tvær þurfum við tvær mótstöður. Við skulum kalla spennugjafaspennuna U og spennurnar yfir mótstöðurnar U1 og U2.



Mynd 3.21a

Næst skulum við reikna viðnám rásarinnar með Ohmslögmáli:

$$R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{9}{100 * 10^{-3}} = 90\ \Omega$$
$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{15}{100 * 10^{-3}} = 150\ \Omega$$

Og heildarviðnám rásarinnar verður:

$$R_H = R_1 + R_2 = 90 + 150 = 240\Omega$$

Önnur aðferð við að reikna spennudeili er að ganga út frá því að straumurinn frá spennugjafanum, þ.e. heildarstraumurinn sé sá sami og straumurinn í gegnum hverja mótstöð deilisins. Við getum því skrifað Ohmslögmál á eftirfarandi hátt:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad (3.21)$$

Við getum síðan notað hlutföllin í formúlu (3.21) og leyst út þá stærð sem við þurfum á að halda. Þannig getum við fengið eftirfarandi formúlur:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_H} * U; \quad U_2 = \frac{R_2}{R_H} * U \qquad (3.22)$$

eða:

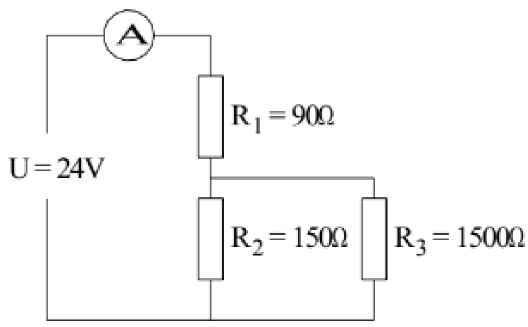
$$R_1 = \frac{U_1}{U} * R_H; \quad R_2 = \frac{U_2}{U} * R_H \qquad (3.23)$$

Prófum að nota formúlu (3.23) við að reikna R1 og fáum:

$$R_1 = \frac{U_1}{U} * R_H = \frac{9}{24} * 240 = 90\Omega$$

eða sömu útkomu og áður.

Þegar álagi er bætt við spennudeilinn breytast spennurnar. Hve mikið þær breytist fer eftir því hvað straumur álagsins er stór hluti af straumi spennudeilisins. Hér skulum við ganga út frá 1500 Ω viðnámi í álaginu og reikna spennudeilinguna aftur.



Mynd 3.21b

Spennudeilirinn með álaginu, R3, er á mynd 3.21b.

Við byrjum á að reikna nýtt heildarviðnám rásarinnar.

$$R_{2-3} = (R_1{}^{-1} + R_2{}^{-1})^{-1} = (150^{-1} + 1500^{-1})^{-1}$$
$$= 136{,}36\,\Omega$$

og

$$R_H = R_1 + R_{2-3} = 90 + 136{,}36 = 226{,}36\,\Omega$$

Notum nú formúlu (3.22) og fáum:

$$U_2 = \frac{R_{2-3}}{R_H} * U = \frac{136{,}36}{226{,}36} * 24 = 14{,}45\,V$$

Við sjáum að spennan hefur lækkað úr 15V í 14,45V, eða rétt rúmlega 0,5V við að tengja þetta álag við hann. Ath. líka vel að spennubreytingin vex ef straumur álagsins verður meiri.