5. kafli

Reikniaðferðir rökrása og kóðar

Efni 5. kafla:

1. Reikniaðferðir rökrása
   a. Notkun XOR við samlagningu tvíundartalna.
   b. Samlagning
   c. Frádráttur
   d. Margföldun
   e. Deiling

2. Kóðar
   a. ASCII kóði
   b. BCD kóði
   c. Gray-kóði
   d. Parity

5.1
Reikniaðferðir rökrása.

Ath. Þessum kafla er eingöngu ætlað að gefa grófa hugmynd um þær reikniaðferðir sem notaðar eru í tölvum.

Samlagning:

Samlagning er framkvæmd á sama hátt og við þekkjum í tugakerfinu. Við leggjum saman sæti fyrir sæti og byrjum aftast. Þegar summa sætisins er stærri en 1, þá skrifum við niður aftari töluna og geymum þá fyrri. Síðan leggjum við saman tölurnar og þann geymda (Carry).

Dæmi: 14 + 15 = 29

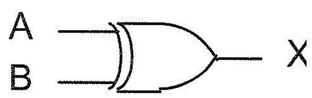
Vægi	16	8	4	2	1
Carry		**1**	**1**		
A = 14		**1**	**1**	**1**	**0**
B = 15		**1**	**1**	**1**	**1**
A + B = 29	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**

0 + 1 = 1
1 + 1 = 10 (0 og 1 geymdur)
1 + 1 + 1 = 11 (1 og 1 geymdur)
1 + 1+ 1 = 11 (Geymdur skrifaður fremst)

XOR hliðið er í raun rás sem leggur saman 2 bita:

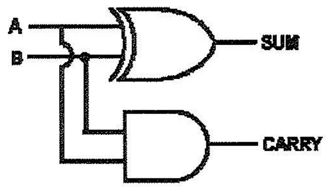
Ef við lítum svo á að XOR leggi saman A og B þá er X = A+B

A	B	X	
0	0	0	X = 0 + 0 = 0
0	1	1	X = 0 + 1 = 1
1	0	1	X = 1 + 0 = 1
1	1	0	X = 1 + 1 = 10 þ.e.a.s. 0 og 1 geymdur.



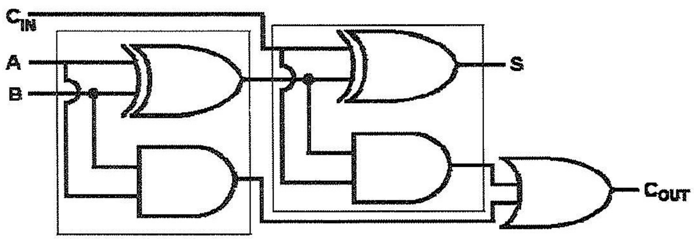
Með því að bæta AND hliði við XOR fáum við út Carry (geymdan).
Þessi rás kallast half-adder.

A	B	S	Carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



Half-adder er rás sem leggur saman 2 bita, A+B og fær út summuna og Carry.

Til að leggja saman $A+B+C_{IN}$ og fá út summuna S auk Carry þurfum við 2 halv-adder auk OR hliðs. Þessi rás er kölluð full-adder.



Full-adder

A	B	C_{IN}	S	C_{OUT}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Sannleikstafla fyrir full-adder

Frádráttur:
Tölvan getur leyst allar fjórar reikniaðferðirnar, þ.e. samlagningu, frádrátt, margföldun og deilingu, með samlagningu einni saman.
Frádráttur er leystur með svokallaðri tvíandhverfu-aðferð (2 Compliment).

Dæmi: A + B = 15 - 6 = 9

Mínustölunni er snúið við bita fyrir bita:

B = 6	0	1	1	0	
Snúið við	1	0	0	1	Að snúa tölu við, bita fyrir bita, kallast einandhverfa (1-Compl. af tölunni).
+1	0	0	0	1	1 er lagður við einandhverfuna af tölunni.
Leggjum saman	1	0	1	0	Þessi tala kallast tvíandhverfa (2-Compliment) upphaflegu tölunnar, 6.

Carry		1	1			
A = 15		1	1	1	1	
Tvíandhverfa 6		1	0	1	0	
A + Tvíandhv.	1	1	0	0	1	Svarið er 1001 eða 9. Bitinn fyrir framan merkir ekkert, enda fjölgar bitum ekki við frádrátt.

Að snúa tölu við, bita fyrir bita, er einfaldlega gert með því að leggja töluna við tölu með öllum bitum í Hi og sleppa öllum Carry bitunum.

Margföldun:
Margföldun er gerð með að leggja aðra töluna saman við sjálfa sig eins oft og hin talan segir til um:
Dæmi: $A \times B = 5 \times 3 = 15$
Þetta vinnur tölvan í þrepum:

$5 + 5 = 10$	$3 - 1 = 2$	$2 > 1$? Já leiðir til endurtekningar.
$5 + 10 = 15$	$2 - 1 = 1$	$1 > 1$? Nei merkir að svarið sé komið.

Deiling:
Deiling er gerð með frádrætti:
Dæmi: $15 : 5 = 3$

$15 - 5 = 10$	$X = 1$	Svar = 0?	Nei, >0 merkir endurtekningu
$10 - 5 = 5$	$X = 2$	Svar = 0?	Nei, >0 merkir endurtekningu
$5 - 5 = 0$	$X = 3$	Svar = 0?	≤ 0 merkir deilingu lokið og svarið er $X = 3$.

Verkefni
Samlagning og frádráttur tvíundartalna.

Notið aðferðir rökrása við að reikna eftirfarandi dæmi:

Verkefni 5.1.1: 0011 + 0111 =

Verkefni 5.1.2: 01101 + 101

Verkefni 5.1.3: 1110 1101 + 0010 1001 =

Verkefni 5.1.4: 1010 1100 0110 + 0111 1110 1010 =

Verkefni 5.5: Notið tvíandhverfu-aðferð: 1110 – 0011 =

Verkefni 5.1.6: Notið tvíandhverfu-aðferð: 1010 – 0101 =

Verkefni 5.1.7: Notið tvíandhverfu-aðferð: 10011 – 00011 =

Verkefni 5.1.8: Notið tvíandhverfu-aðferð: 110001 – 010011 =

Verkefni 5.1.9: Notið tvíandhverfu-aðferð: 101111 – 101110 =

Verkefni 5.1.10 110101 + 011101 – 0101 =

5.2 Kóðar:
Fram að þessu höfum við aðeins kynnst tvíundartölum. Oft er nauðsynlegt að skilgreina ákveðnar tvíundartölur sem þá eru notaðar í vissum tilgangi.
Dæmi um þetta eru upplýsingar frá lyklaborði til tölvunnar um það hvaða lykla stutt er á hverju sinni. Hægt væri að númera lyklana frá 1 upp í 127 og láta lyklaborðið senda tölvunni viðkomandi lykilnúmer hverju sinni. En stundum er stutt á tvo lykla samtímis, hvað á þá að senda?

Og svo er það samræmingin milli framleiðenda. Dell notar sín númer, IBM önnur o.s.frv. og þar með gætum við ekki notað Dell lyklaborð við IBM tölvu.

Til að koma í veg fyrir svona ósamræmi, eru settar á fót stofnanir eða nefndir sem sjá um að búa til staðla sem segja fyrir um hvaða tákn á að birtast á skjánum þegar stutt er á ákveðna lykla á lyklaborðinu.

Á næstu síðum eru töflur sem innihalda kóða sem notaðir eru í PC tölvum, bæði til að stýra ýmsum aðgerðum og til að segja til um hvaða tákn birtist á skjánum þegar stutt er á ákveðna lykla á lyklaborðinu.

Taflan er kölluð ASCII tafla, lesið askí. ASCII stendur fyrir **A**merican **S**tandart **C**ode for **I**nformation **I**nterchange. Hún er í raun tvær töflur, sú fyrri er yfir alla kóða frá 0 til 127_{10} og er oftast kölluð 7 bita taflan. Sú seinni er yfir alla kóða frá 128_{10} til 255_{10} og er kölluð 8 bita taflan eða extended ASCII taflan. 7 bitar gefa aðeins 128 möguleg tákn, en það dugar ekki fyrir allt sem þarf að stýra auk þess að innihalda öll tákn í hinum ýmsu tungumálum því mörg tungumál nota mörg sértákn svo sem í íslensku, ÞÆÖÐ, auk allra þeirra stafa sem eru bæði með og án yfirkommu; a á e é u ú i í o.s.frv.
Þess vegna var 8. bitanum bætt við töfluna og hún þar með stækkuð um 128 tákn og þar með inniheldur hún samtals 256 stýrikóða og tákn.
8 bita tafla er kölluð extended til aðgreiningar frá 7 bita ASCII töflunni.

Við getum flett upp á þessum kóðum með því að halda niðri Alt takkanum og slá inn töluna á bak við táknið í töflunni. Prófið að halda Alt niðri og slá inn töluna 128. Þegar þið sleppið Alt takkanum birtist á skjánum táknið Ç sem er einmitt fyrsta táknið í töflunni hér að neðan. Við slógum inn 128 sem er sæti táknsins í töflunni (sætisnúmerið í tugatölu). Tölvan reiknar með því að við notum tugatölur í öllum innslætti.

Prófið að slá inn nafnið ykkar með því að nota töfluna.

Þessi neðsti hluti töflunnar hér á síðunni, frá 0 til 31, inniheldur eingöngu stýrikóða sem eru notaðir t.d. til að stýra bendlinum á skjánum: LF er LineFeed og færir bendilinn niður í næstu línu. CR er Carrige Return sem tölvan notar fyrir ENTER takkann o.s.frv. Kóðarnir frá 32 til 63 eru fyrir tölustafi og ýmiss konar tákn.

NAME	DECIMAL	HEX	KEY	DESCRIPTION
NUL	0	00	CTRL @	null character
SOH	1	01	CTRL A	start of header
STX	2	02	CTRL B	start of text
ETX	3	03	CTRL C	end of text
EOT	4	04	CTRL D	end of transmission
ENQ	5	05	CTRL E	enquire
ACK	6	06	CTRL F	acknowledge
BEL	7	07	CTRL G	bell
BS	8	08	CTRL H	backspace
HT	9	09	CTRL I	horizontal tab
LF	10	0A	CTRL J	line feed
VT	11	0B	CTRL K	vertical tab
FF	12	0C	CTRL L	form feed (new page)
CR	13	0D	CTRL M	carriage return
SO	14	0E	CTRL N	shift out
SI	15	0F	CTRL O	shift in
DLE	16	10	CTRL P	data link escape
DC1	17	11	CTRL Q	device control 1
DC2	18	12	CTRL R	device control 2
DC3	19	13	CTRL S	device control 3
DC4	20	14	CTRL T	device control 4
NAK	21	15	CTRL U	negative acknowledge
SYN	22	16	CTRL V	synchronize
ETB	23	17	CTRL W	end of transmission block
CAN	24	18	CTRL X	cancel
EM	25	19	CTRL Y	end of medium
SUB	26	1A	CTRL Z	substitute
ESC	27	1B	CTRL [	escape
FS	28	1C	CTRL /	file separator
GS	29	1D	CTRL]	group separator
RS	30	1E	CTRL ^	record separator
US	31	1F	CTRL _	unit separator

Taflan hér á síðunni er yfir stafi og tákn sem notaðir eru í ENSKU og var upphaflega stafataflan þar til 8 bita taflan var búin til.

American Standard Code for information interchange (ASCII)

GRAPHIC SYMBOLS							
SYMBOL	DEC	BINARY	HEX	SYMBOL	DEC	BINARY	HEX
@	64	1000000	40	`	96	1100000	60
A	65	1000001	41	a	97	1100001	61
B	66	1000010	42	b	98	1100010	62
C	67	1000011	43	c	99	1100011	63
D	68	1000100	44	d	100	1100100	64
E	69	1000101	45	e	101	1100101	65
F	70	1000110	46	f	102	1100110	66
G	71	1000111	47	g	103	1100111	67
H	72	1001000	48	h	104	1101000	68
I	73	1001001	49	i	105	1101001	69
J	74	1001010	4A	j	106	1101010	6A
K	75	1001011	4B	k	107	1101011	6B
L	76	1001100	4C	l	108	1101100	6C
M	77	1001101	4D	m	109	1101101	6D
N	78	1001110	4E	n	110	1101110	6E
O	79	1001111	4F	o	111	1101111	6F
P	80	1010000	50	p	112	1110000	70
Q	81	1010001	51	q	113	1110001	71
R	82	1010010	52	r	114	1110010	72
S	83	1010011	53	s	115	1110011	73
T	84	1010100	54	t	116	1110100	74
U	85	1010101	55	u	117	1110101	75
V	86	1010110	56	v	118	1110110	76
W	87	1010111	57	w	119	1110111	77
X	88	1011000	58	x	120	1111000	78
Y	89	1011001	59	y	121	1111001	79
Z	90	1011010	5A	z	122	1111010	7A
[	91	1011011	5B	{	123	1111011	7B
\	92	1011100	5C	|	124	1111100	7C
]	93	1011101	5D	}	125	1111101	7D
^	94	1011110	5E	~	126	1111110	7E
_	95	1011111	5F	Del	127	1111111	7F

Hér er svo 8 bita taflan sem inniheldur mikið af sértáknum. Þessi tafla dugar samt ekki öllum tungumálum og verður því að búa til sértöflur fyrir þau, svo sem arabísku, rússnesku, katakan (Japan, Kína o.fl.)

SYMBOL	DEC	HEX	SYMBOL	DEC	HEX	SYMBOL	DEC	HEX	SYMBOL	DEC	HEX
Ç	128	80	á	160	A0	└	192	C0	α	224	E0
ü	129	81	í	161	A1	┴	193	C1	β	225	E1
é	130	82	ó	162	A2	┬	194	C2	Γ	226	E2
â	131	83	ú	163	A3	├	195	C3	π	227	E3
ä	132	84	ñ	164	A4	─	196	C4	Σ	228	E4
à	133	85	Ñ	165	A5	┼	197	C5	σ	229	E5
å	134	86	ª	166	A6	╞	198	C6	µ	230	E6
ç	135	87	º	167	A7	╟	199	C7	τ	231	E7
ê	136	88	¿	168	A8	╚	200	C8	Φ	232	E8
ë	137	89	⌐	169	A9	╔	201	C9	Θ	233	E9
è	138	8A	¬	170	AA	╩	202	CA	Ω	234	EA
ï	139	8B	½	171	AB	╦	203	CB	δ	235	EB
î	140	8C	¼	172	AC	╠	204	CC	∞	236	EC
ì	141	8D	¡	173	AD	═	205	CD	φ	237	ED
Ä	142	8E	«	174	AE	╬	206	CE	ε	238	EE
Å	143	8F	»	175	AF	╧	207	CF	∩	239	EF
É	144	90	░	176	B0	╨	208	D0	≡	240	F0
æ	145	91	▒	177	B1	╤	209	D1	±	241	F1
Æ	146	92	▓	178	B2	╥	210	D2	≥	242	F2
ô	147	93	│	179	B3	╙	211	D3	≤	243	F3
ö	148	94	┤	180	B4	╘	212	D4	⌠	244	F4
ò	149	95	╡	181	B5	╒	213	D5	⌡	245	F5
û	150	96	╢	182	B6	╓	214	D6	÷	246	F6
ù	151	97	╖	183	B7	╫	215	D7	≈	247	F7
ÿ	152	98	╕	184	B8	╪	216	D8	°	248	F8
Ö	153	99	╣	185	B9	┘	217	D9	•	249	F9
Ü	154	9A	║	186	BA	┌	218	DA	·	250	FA
¢	155	9B	╗	187	BB	█	219	DB	√	251	FB
£	156	9C	╝	188	BC	▄	220	DC	η	252	FC
¥	157	9D	╜	189	BD	▌	221	DD	²	253	FD
Pт	158	9E	╛	190	BE	▐	222	DE	■	254	FE
ƒ	159	9F	┐	191	BF	▀	223	DF	□	255	FF

BCD (Binary Coded Decimal):
Þessi kóði er notaður við vinnslu tugatalna. Einn tugur, 0 til 9, er kóðaður með tvíundartölunum frá 0 til 9:

DECIMAL DIGIT	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BCD	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

Dæmi:
Talan 1359_{10} er þá geymd í tölvunni sem: 0001 0011 0101 1001 en ekki snúið á tvíundarform eins og við gerðum í 4. verkefni.

Dæmi: Talan 73 sem tugatala, tvíundartala og BCD kóði:

Decimal	Binary	BCD
73	0100 1001	0111 0011

BCD er því eingöngu kóði sem ekki fellur undir talnakerfi með eigin grunntölu.

BCD kóðinn er mikið notaður þar sem rökrásir vinna í takt við tugatölur. T.d. þegar við erum að telja í tugakerfinu, þá er auðvelt að láta hvern teljara telja frá 0 til 9 og þegar hann fer frá 9 til 0 sendir hann boð til næsta teljara fyrir ofan sem þá hækkar um 1.

Samlagning BCD talna:
Við samlagningu tveggja BCD talna verður að hafa í huga að summan getur ekki orðið stærri en 9 þar sem tölurnar A til F eru ekki til sem BCD tölur. Ef summan er stærri en 9, verðum við að bæta 6 við summuna til að fá rétt svar.
Dæmi:
BCD talan 95 1001 0101
+ BCD talan 47 <u>0100 0111</u>
Summa aftari tölunnar 1100 sem er stærri tala en 9. Við bætum 6 við.
<u>0110</u>
Summan er 2 og 1 geymdur 0010

Síðan leggjum við saman fremri tölurnar ásamt þeim geymda frá aftari tölunum:
Sá geymdi ; 1 0001
9 1001
+ 4 <u>0100</u>
Samtals 1110 sem aftur er stærri tala en 1001, eða 9.
Þá leggjum við 6 við. <u>0110</u>
Og svarið er: 0001 0100 og seinni talan var 0010.
Þar með er lokasvarið 0001 0100 0010 sem er BCD framsetning á 142.
Upphaflega dæmið var 95 + 47 = 142.

Öryggi gagnasendinga:

Þegar upplýsingar eru sendar milli tölvu og jaðartækja, eða milli tölva, þá er mikilvægt að geta treyst þeim upplýsingum sem tekið er á móti.
Við mundum ekki treysta heimabankanum okkar ef við gætum ekki treyst því að úttektarupphæðin breyttist ekki á leiðinni frá okkur í tölvuna í bankanum.
Kíkjum á nokkrar leiðir til að auka öryggi gagna í sendingu.

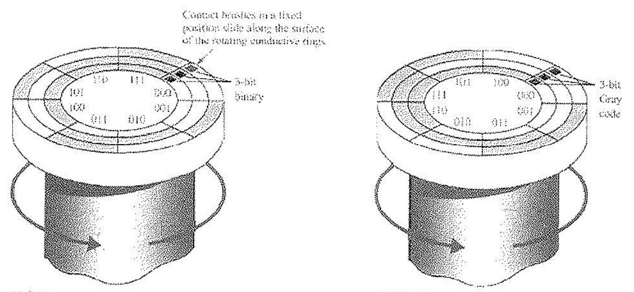
Gray-kóði:

Þegar kóðar eru sendir milli tækja er hætt við rafmagnstruflunum frá umhverfinu.
Ef sendar eru tvíundartölur er erfitt fyrir móttakarann að meta hvort kóðinn hafi truflast eða ekki.
Dæmi um kóða sem notaður er í sérstökum tilfellum, er Gray-kóðinn sem t.d. er notaður við svokallaða öxulkóðara. Þarna er skynjari tengdur við öxul til að fylgjast með hvernig öxullinn snýr, þ.e.a.s hve margar gráður hann hafi snúist frá ákveðinni núllgráðu.

Á myndinni hér fyrir neðan eru sýndar tvær gerðir af svona öxulskynjurum, annar er kóðaður með 3ja bita tvíundarkóða, en hinn með 3ja bita Gray-kóða.

Berum þessa kóða saman:

Tvíundar	Gray
000	000
001	001
010	011
011	010
100	110
101	111
110	101
111	100
000	000



(a) Binary (b) Gray code

Þegar öxullinn snýst, sendir skynjarinn með Gray-kóðanum frá sér kóða sem breytir aðeins einum bita í einu. Tölvan sem tekur við þessum kóða, veit að það á aðeins einn biti að breytast í einu. Tölvan reiknar með ákveðnum kóða í aðra hvora áttina frá þeim kóða sem síðast kom og tekur þess vegna ekki mark á öðrum kóðum (truflunum t.d.). Þar með er kerfið nokkuð óháð truflunum frá umhverfinu.

Parity bit:
Algeng aðferð til að auka öryggi við sendingar er Parity tækni. Í einföldustu mynd er tvíundartalan sem við ætlum að senda lengd um einn bita. Þessi viðbótarbiti, kallaður Parity biti, er settur Hi eða Lo eftir því hve mörg Hi eru í upphaflegu tvíundartölunni.
Dæmi: Við ætlum að senda 0110 0010 og bætum einum bita ofan við. Það eru tvær aðferðir við að reikna út Parity bitann, Odd Parity og Even Parity.
Odd Parity aðferðin gefur ójafnan fjölda af Hi í tölunni með Parity bitanum.
Even Parity aðferðin gefur jafnan fjölda af Hi í tölunni með Parity bitanum:
Talan með Parity bitanum verður þá:
Odd Parity: 0 0110 0010. Fyrsti bitinn er Parity biti. Heildarfjöldi Hi er 3, ójafn.
Even Parity: 1 0110 0010. Heildarfjöldi Hi er 4, jafn fjöldi.

Tölvan sem tekur við sendingunni reiknar svo út heildarfjölda af Hi í allri tölunni (Parity + talan) og ef hann passar ekki við það Parity sem stillt er á, þá biður tölvan sendandann að endurtaka sendinguna. Sendingin er endurtekin þar til Parity bitinn passar.

Reyndar er þetta ekki fullkomið öryggi vegna þess að ef tveir bitar breytast, er ekki hægt að sjá það á móttökustaðnum. Þess vegna eru notaðar fullkomnari aðferðir sem tryggja öryggið betur.

Verkefni 5.2:

Leggðu saman eftirfarandi BCD tölur.
Ath. svarið verður að vera í BCD kóða.
Sýnið útreikning hvers liðar.

5.2.1: 1000 + 0001 =

5.2.2: 0111 + 0110 =

5.2.3: 0100 + 1001 + 0110 =

Verkefni 5.2.4: **Reiknið út Parity:**

	Parity bit	
Even Parity		0110 1010
Odd Parity		0110 1010

Even Parity		1011 0110
Odd Parity		1011 0110

Even Parity		1001 0101
Odd Parity		1001 0101

Even Parity		1101 1111
Odd Parity		1101 1111

Verkefni 5.2.5: **Ljúkið við töfluna:**

Binary	Decimal	BCD	Hex
1010 1110			
	186		
		0010 0011 0101	
			3FC