Efni 4. viku er kafli 8 - Veldi og veldareglur á bls. 23 - 26.

Veldareikningur.
Hugmyndin á bak við táknun stærða með veldum er að rita stórar stærðir á einfaldan hátt eða t.d. $x^2 = x \cdot x$.

Veldisvísir
Rétt er að temja sér strax þessi hugtök um veldi og grunntölu.

Dæmi 8^5

Talan 8 er veldisstofn og talan 5 er veldisvísir.

Grunntala

Veldið, talan segir hve margar tölur eru
margfaldaðar saman.
Dæmi $8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

$x^3 = x \cdot x \cdot x$
$x^2 = x \cdot x$
$x^1 = x$
$x^0 = 1$

Mikilvægt: Allar tölur og bókstafir sem eru í veldinu 0 fá útkomuna 1.
Dæmi $3^0 = 1$, $a^0 = 1$ $45^0 = 1$ $x^0 = 1$.

Neikvæð veldi eru erfiðari. Best er líklega að hafa neikvæðan veldisvísi í sviga.

$$x^{(-1)} = \frac{1}{x^1}$$

$x^{(-2)} = 1 / x^2$

$x^{(-3)} = 1 / x^3$

Samkvæmt þessu er alltaf hægt að flytja stærðir með neikvæðan veldisvísi niður fyrir brotastrik ef formerki veldivísisins er jafnframt breytt.

Veldareglur (á tölvumáli):

Veldin leggjast saman

Regla 1 $a^n \cdot a^m = a^{(n + m)}$

Þegar tvær stærðir eða fleiri eru margfaldaðar og grunntalan er sú sama, þá leggjast veldin saman.

Veldin dragast frá

Regla 2 $a^n : a^m = a^{(n - m)}$

Þegar deiling er á milli tveggja stærða, þar sem grunntalan er sú sama er mismunur veldanna reiknaður.

Regla 3 $(a^n)^m = a^{(nm)}$

Þegar veldisvísir er utan á sviga margfaldast veldisvísarnir saman.
Veldisvísar margfaldast saman.

Grunntölur inni í sviga

Regla 4 $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

veldisvísar tveggja stærða eru margfaldaðar saman.
Ef veldisvísar eru eins en grunntalan mismunandi,
þá er veldið tekið út fyrir sviga.

Grunntölur inn í sviga

Regla 5 $a^n : b^n = (a : b)^n$

Veldisvísar tveggja stærða í deilingu eru eins, en grunntalan ekki.
Eins veldisvísar mismunandi grunntala, þá á að taka veldið út fyrir sviga.

Regla 6. $a^n : a^m = a \cdot a^{(-m)}$ ef a er ekki 0.

Regla 7. $(a:b)^{(-n)} = (b:a)^n$ ef hvorki a né b er 0.

Þessar veldareglur gilda aðeins þegar margföldun eða deiling er á milli stærða, aldrei þegar samlagning eða frádráttur er á milli.

Sýnidæmi:

$(2^3 \cdot 4^{(-2)})^2 \cdot 8^{(-1)} \cdot 2^2)$ = "Mismunandi grunntölur."

$(2^3 \cdot (2^2)(^{-2)})^2 2^3)^{(-1)} \cdot 2^2)$ = "Grunntölur samræmdar,

$8 = 2^3$ og $4 = 2^2$."

$(2^3 \cdot 2^{(-4)})^2 \cdot 2^{(-3)} \cdot 2^2)$ =

"Deilingu breytt í
margföldun og

$(2^3 \cdot 2^{(-4)})^2 \cdot (2^{(-3)} \cdot 2^2)^{(-1)}$ = formerki á veldisvísi breytt."

"Margfaldað með veldisvísum
$(2^3 \cdot 2^{-4})^2 \cdot (2^{(-3)} \cdot 2^2)^{(-1)}$ = í veldin inni í sviganum."

$2^6 \cdot 2^{(-8)} \cdot 2^3 \cdot 2^{(-2)}$ = "Sama grunntala, alls staðar margföldun
=> veldin lögð saman
$2^{(6-8+3-2)}$ = (regla 5.1)."

$=2^{(-1)} = 0,5$

Dæmi 2.

$9:64^2:3^{(-1)}$ =

$3^2 : (2^{6})^2:3^{(-1)}$ = "Grunntölum fækkað."

$3^2\cdot(2^{-6})^2\cdot3^1$ = "Deilingu breytt í
margföldun inni í sviganum og formerki veldisvísins breytt jafnhliða."

$3^{(3+1)}\cdot2^{(-12)}$=

= "Veldi sömu grunntalna
lögð saman."

= 81 / 4096