Hreyfing

Vegalengd – hraði – hröðun

Hugtök, tákn og einingar:

tími	**t**	sekúnda (s)	$\frac{\text{vegalengd}}{\text{hraði}}$
vegalengd	**s**	metri (m)	hraði x tími
hraði	**v**	metrar á sekúndu (m/s)	$\frac{\text{vegalengd}}{\text{tími}}$
hröðun	**a**	hraðabreyting á sekúndu (m/s^2)	hraði / tími
þyngdarhröðun	**g**	hraðabreyting í frjálsu falli (m/s^2)	hraði / tími

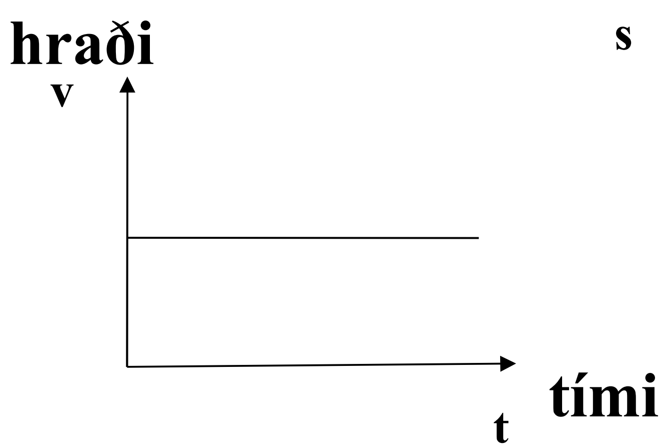
Hraði

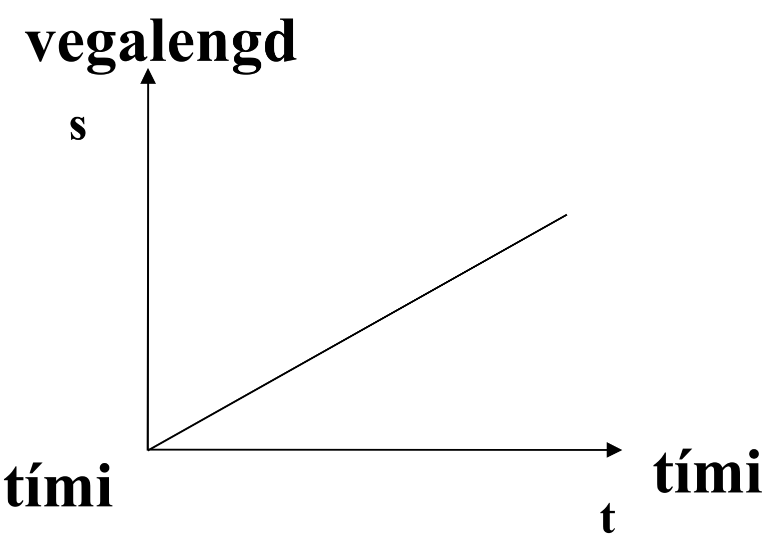
- <u>Skilgreining</u>:
  - **Hraði hlutar segir til um hve langa vegalengd hlutur fer á tilteknum tíma.**

- <u>Mælieiningar:</u>
  - Skv. SI-einingakerfi:
  - **Tími** er mældur í **sekúndum (s)**
  - **Vegalengdir** eru mældar í **metrum (m)**
  - **Hraði** er mældur í **metrum á sekúndu (m/s)**

Jafn hraði

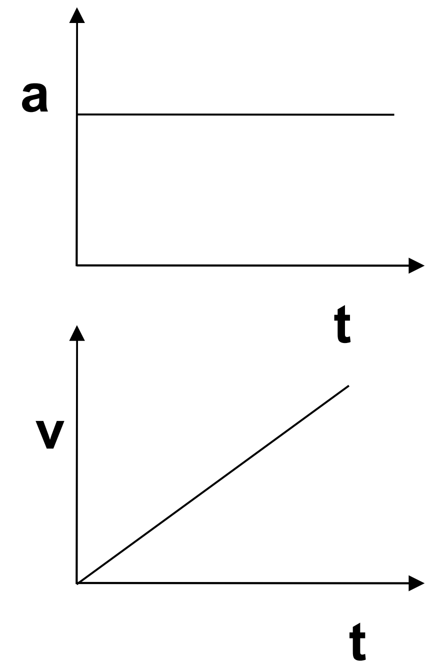
- Hlutur fer alltaf jafnlanga vegalengd á jafnlöngum tíma, hraðinn breytist ekki.
- **Dæmi**:
  - Maður gengur á jöfnum hraða, 5 m/s.
  - Það þýðir að maðurinn gengur alltaf 5 m á hverri sekúndu.
  - Þetta má sýna á **grafi**:





Hröðun

- **Hröðun:**
  - **Hraðaaukning eða**
  - **hraðaminnkun**

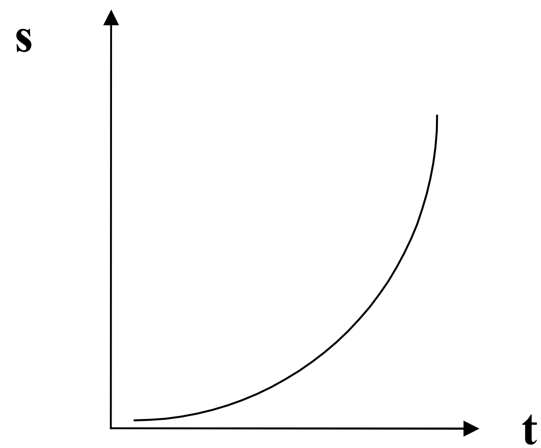


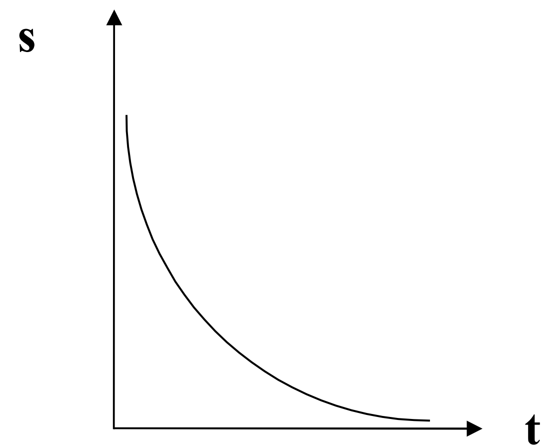
- Hlutur fer á hraðanum 1 m/s.
- 1 sek. síðar er hraðinn orðinn 3 m/s.
- Eftir 2 sek. er hraðinn orðinn 5 m/s.
- Eftir 3 sek. er hraðinn orðinn 7 m/s.
- <u>Hraðaaukningin er því 2 m/s á hverri sekúndu</u>.

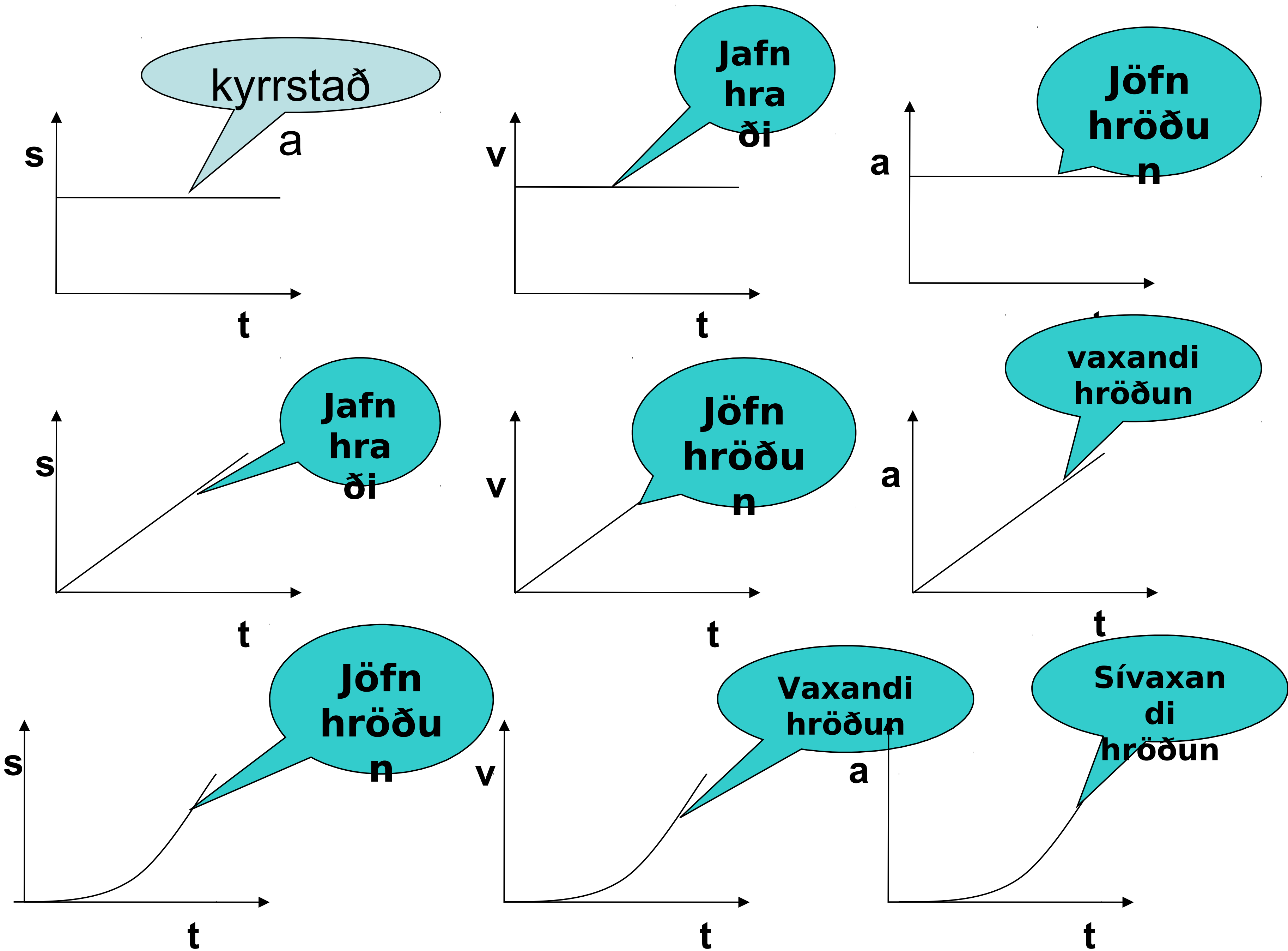
Meira um hröðun

- **<u>Neikvæð hröðun</u>: hraði minnkar (mínus)**
- **<u>Jákvæð hröðun</u>: hraði eykst (plús)**

Hröðun má
sýna á línuriti
þar sem sést hvernig
vegalengd breytist
með tíma:





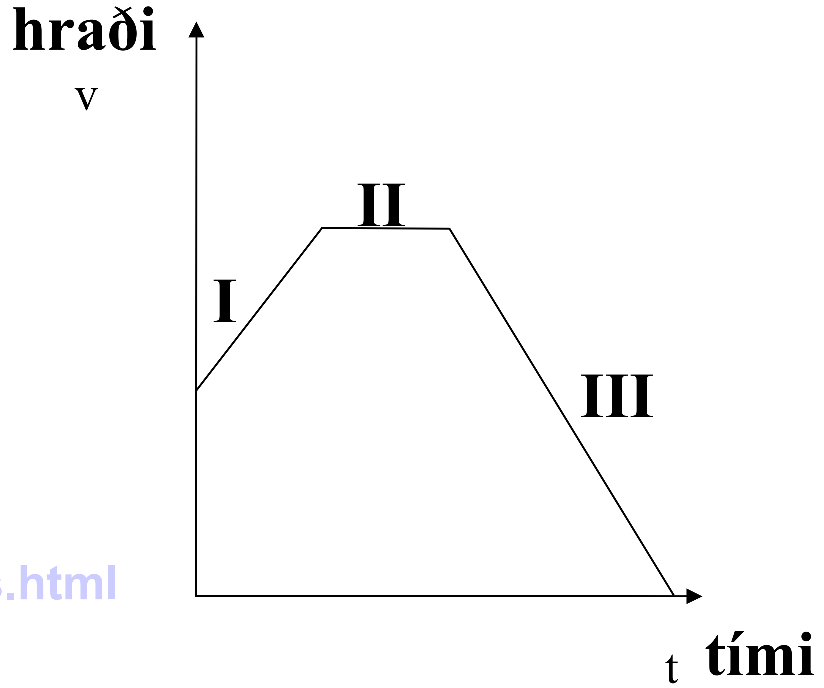

kyrrstaða
s
t
Jafn hraði
v
t
Jöfn hröðun
a
t
Jafn hraði
s
t
Jöfn hröðun
v
t
vaxandi hröðun
a
t
Jöfn hröðun
s
t
Vaxandi hröðun
v
t
Sívaxandi hröðun
a
t

Hraðagraf:

I. Hlutur **eykur hraðann** jafnt og þétt (jákvæð jöfn hröðun),

II. hreyfist síðan með **jöfnum hraða**,

III. **hægir jafnt og þétt á sér** (neikvæð jöfn hröðun)



Að breyta einingum

- Í grunnskóla lærðuð þið að breyta á milli eininga, km í m, klst. í sek. o.s.frv.
- Þetta þurfið þið að nota mikið í útreikningum hér á eftir.
- Helst þarf að muna:
- Það eru 60mín/klst·60 s/mín **=> 3600 s/klst**
- **1 km er 1000 m**

Að leysa dæmi

1. Byrjum á því að **lesa** dæmið vel og
   finna **hvað er verið að biðja um**.
   Eigum við að finna **hraða**, **hröðun**, **tíma** eða **vegalengd**?

2. Lesa dæmið aftur og finna
   hvað er uppgefið í dæminu og **skrifa það niður**.

3. Leita að **jöfnu** sem inniheldur
   a) það sem við **höfum** og
   b) það sem okkur **vantar** og
   c) **setja inn** þær stærðir sem við höfum.

4. **Einangra óþekktu stærðina** og reikna hana út eða
   setja allt inn sem við höfum og
   finna óþekktu stærðina þannig.

Leystu þessi dæmi:

v = s/t

- Bíl er ekið 150 km á 1 klst og 20 mín.
  - Hver var meðalhraðinn í km/klst?
  - Hver var meðalhraðinn í m/s?

SVAR:

Ath 20 mín eru 0,33 klst

- Hver var meðalhraðinn í km/klst?
  150 km/1,3 klst = 115 km/klst

- Hver var meðalhraðinn í m/s?
  km = 115000 m ; 1 klst = 3600 s
  115000 m/3600 s = 32 m/s

115

$v = s/t$

2) Sveinn hjólaði á meðalhraðanum 7 m/s.

– Hve langt kemst hann á 30 mín?

Svar: 30 mín = 30 x 60 s = 1800 s

7 m/s x 1800 s = 12600 m = 12,6 km

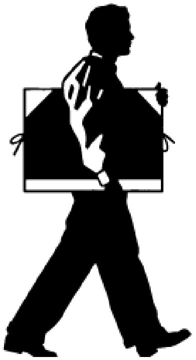
$s = v \times t$

3) Jón gekk 55 km á meðalhraðanum 4 m/s.

– Hve lengi gekk Jón?

$t = s/v$

Svar:



55000 m / 4m/s = 13750 s = 3,8 klst

13750 s /3600 s/klst = 3,8 klst

Verkefni 3.1

- **Dæmi 1**
- **a.** 9997,2 km/klst
- **b.** 0,0437 km/klst
- **c.** 5.680.800 km/klst
- **d.** 1 km/klst
- **e.** 1 km/klst
- **f.** 9972 km/klst

- **Dæmi 2**
- **a.** 1000 m/s
- **b.** 1 m/s
- **c.** 20 m/s
- **d.** 3,6*10-3 m/s

- **Athugið**: Stærðirnar sem við notum
  v(hraði), **s**(vegalengd) og **t**(tími)
  eru oft merktar með litlum staf fyrir aftan
  ($\mathbf{s_0}$, $\mathbf{s_1}$, $\mathbf{s_2}$, $\mathbf{t_0}$, $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{t_2}$, $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$).

- Þetta er gert til að skilja á milli ef við erum með <u>tvær mismunandi stærðir</u>, t.d.
- upphafs- og lokahraða,
- upphafs- og lokastaðsetningu eða
- upphafs- og lokatíma.

Táknið Δ er notað til að tákna breytingu!!

Δv = breyting á hraða
Δs = breyting á vegalengd
Δt = breyting á tíma

Dæmi

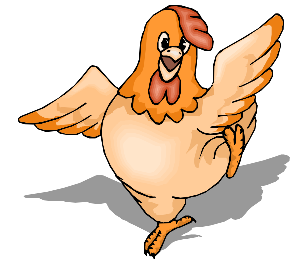
- Hversu langt fer bíll á 20 mín ef honum er ekið á hraðanum 50 km/klst?

- Vegalengd: **s = v • t**

20 mínútur eru 1/3 af klukkustund eða 0,33 klst.

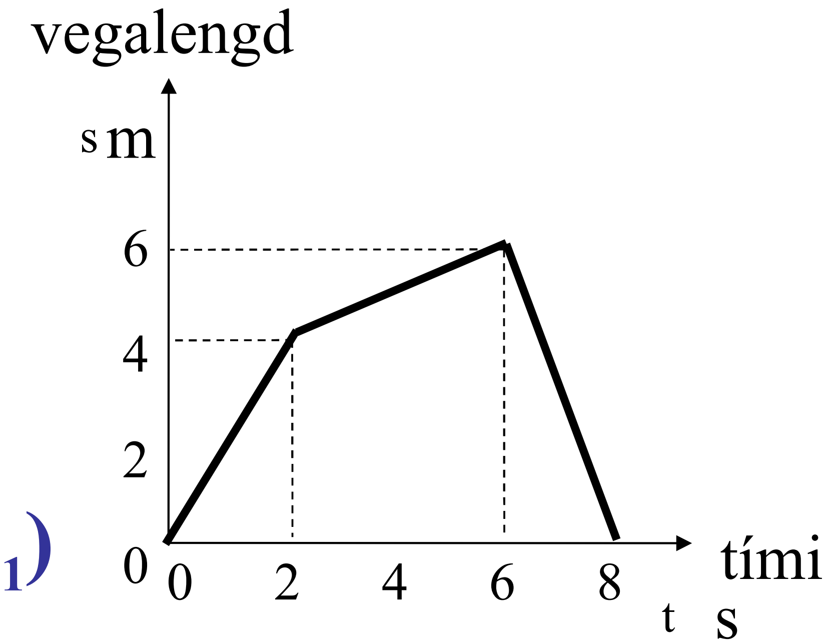
s = v • t = 50 km/klst • 0,33 = 16,5 km

Dæmi: Hraði og meðalhraði



Hlutur hreyfist eins og sýnt er á grafinu:

- Hver er meðalhraðinn
- á fyrstu 6 sekúndunum?
  Hver er meðalhraðinn á
- 2. til 6. sekúndu?
  Jafna fyrir meðalhraða:
-



$$\bar{v} = \Delta s \,/\, \Delta t = (s_2 - s_1)/(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \bar{v} = (6 - 0)\text{m} \,/\, (6 - 0)\text{s} = 6 \text{ m}/6\text{s} = 1 \text{ m/s}$$

b) $\bar{v} = (6 - 4)\text{m} \,/\, (6 - 2)\text{s} = 2 \text{ m}/4\text{s} = 0{,}5 \text{ m/s}$

a) Meðalhraði fyrir ferðina: $s_2 = s_1$

$\bar{v} = (0 - 0)\text{m} \,/\, (8 - 0)\text{s} = 0 \text{ m}/8 \text{ s} = 0 \text{ m/s}$

$$s = v \cdot t + s_0$$

- Þessi jafna er notuð þegar **upphafsstaðsetning er ekki núll.**

T.d.

- Bíll hefur keyrt **10 km**. Hann keyrir nú á **hraðanum 5 m/s í 10 mínútur**.

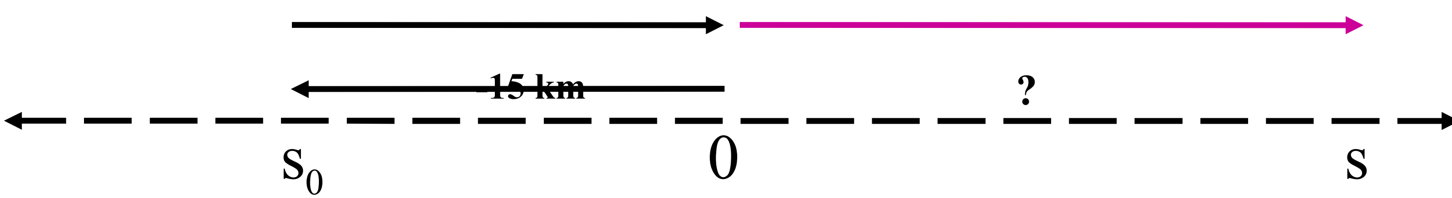
  Hversu langt fer hann alls?

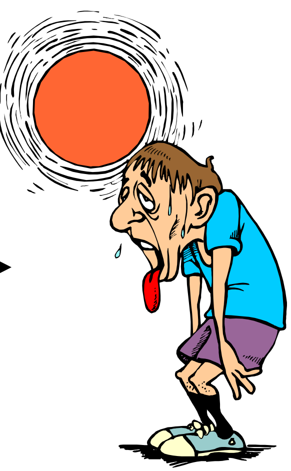
5 m/s x 600 s + 10.000 m =

Svar: 13000 m eða 13 km

Dæmi: Indiana Jones í eyðimörkinni.

- Gekk í 26 klst alls, fyrst 15 km í vitlausa átt, snéri við á upphafsstað, þaðan út úr eyðimörkinni í rétta átt.
- Hversu langt úti í eyðimörkinni var hann í upphafi ef gönguhraðinn var 4 km/klst?





$$\mathbf{s = v \bullet t} \;\Rightarrow\; \mathbf{4 \bullet 26 = 104\ km}$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{104-(2 \cdot 15) = 74\ km}$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

- Þessi jafna er notuð þegar hröðun verður og hlutur er nú þegar með einhvern hraða (v_0 ekki sama og 0).

  Hann fer ekki af stað úr kyrrstöðu.

T.d.

- Bíll ekur með hraðanum **5 m/s**. Hann fær hröðunina **0,02 m/s²** í **10 mínútur**. Hver verður hraði hans að þeim tíma liðnum?
- Svar: $v = 0{,}02\,m/s^2 \times 600s + 5\,m/s = \mathbf{17\,m/s}$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{t}}$$

Þetta er jafnan sem nota má til að reikna út **jafna hröðun**.

Dæmi: Óli labbar af stað og á 20 s nær hann hraðanum 5 m/s. Hver er hröðunin?

Svar: a = (5 m/s) / 20 s = 0,25 m/s^2

$$v = a \cdot t$$

- Þessi jafna er notuð þegar upphafshraði er enginn ($v_0 = 0$) og finna skal lokahraða.
- **Dæmi:** Bíll ekur af stað með hröðunina 0,02 m/s^2. Hver er hraði hans eftir 10 mínútur?
- Svar: v = 0,02 m/s^2 x 600 s = 12 m/s

$a = v/t$

Dæmi

$t = v/a$

- Spretthlaupari eykur hraða sinn úr 0 m/s í 9,0 m/s með jafnri hröðun í 2,0 s.

a) **Hver er hröðunin**?

b) Hversu **lengi** er hlauparinn að **auka hraða** sinn **úr 9,0 m/s í 11,0 m/s** með sömu hröðun?

- **Jöfn hröðun**: $a = v/t$ eða $a = \Delta v/\Delta t$

  $v = 9{,}0$ m/s og $t = 2{,}0$ s

- $\Rightarrow a = (9{,}0 \text{ m/s}) / (2{,}0 \text{ s}) = 4{,}5 \text{ m/s}^2$
- **Tíminn**: $t = \Delta v / a$ $\qquad a = 4{,}5 \text{ m/s}^2$

  $\Delta v = 11{,}0 \text{ m/s} - 9{,}0 \text{ m/s} = 2{,}0 \text{ m/s}$

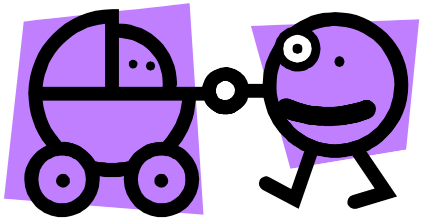
  $\Rightarrow \Delta t = (2{,}0 \text{ m/s}) / (4{,}5 \text{ m/s}^2) = 0{,}44 \text{ s}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_o} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$$

Þessi jafna er notuð þegar hlutur er á hreyfingu og fær hröðun (upphafshraði (v_0) er ekki núll).

Dæmi:

- Maður gengur með barnavagn niður brekku á **1,5 m/s** hraða. Hann missir takið á vagninum sem fær þá **2,0 m/s²** jafna hröðun niður brekkuna.
- Á hvaða hraða er vagninn eftir **3 s**?



- Hraðajafnan: $\mathbf{v = a \cdot t + v_0}$
- $a = 2{,}0\ m/s^2$ $t = 3\ s$ $v = 1{,}5\ m/s$

=> $v = (2{,}0\ m/s^2) \cdot (3\ s) + 1{,}5\ m/s = 7{,}5\ m/s$

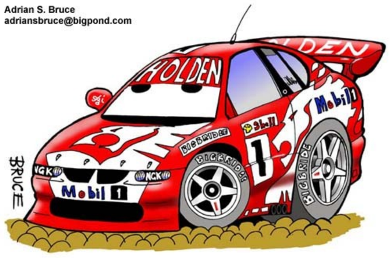
Staðsetning

Ef við þekkjum upphafshraða, lokahraða og hröðun en **enginn tími** er gefinn upp í dæminu okkar, þá getum við notað þessa jöfnu til þess að finna vegalengd (staðsetningu):

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}_0^2}{2\mathbf{a}} + \mathbf{s}_0$$

Dæmi án tíma:

- Bíll ekur með hraðanum 5 m/s, og er búinn að fara 1 km.
- Hann eykur hraðann í 10 m/s.
- Hann hefur hröðunina 0,02 m/s².
- Hversu langt hefur hann farið að þessu loknu?



$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}_0^2}{2\mathbf{a}} + \mathbf{s}_0$$

S = (10² – 5²) / 2 x 0,02 + 1000 =

(100 – 25)/ 0,04 + 1000 = 2875 m

Svar: 2875 m eða 20 km

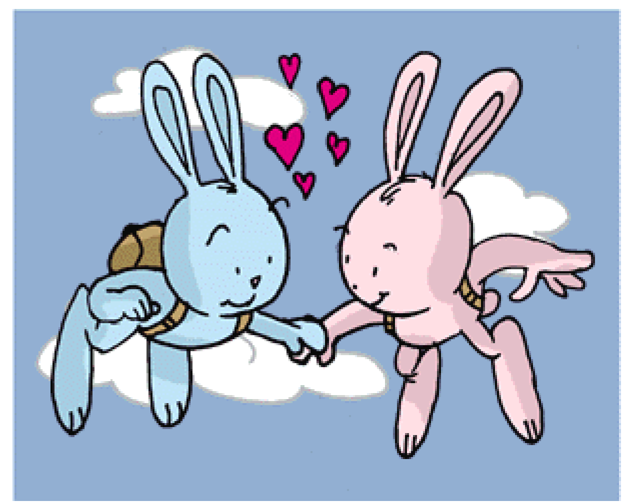
Þyngdarhröðun

- Allar þessar jöfnur er hægt að nota til að reikna út hreyfingu hlutar í frjálsu falli. Þá er hreyfingin lóðrétt (upp eða niður) og hröðunin er alltaf sú sama.

- Hún kallast

  þyngdarhröðun
  og er táknuð með **g**.

  Hún mælist **9,8 m/s²**.

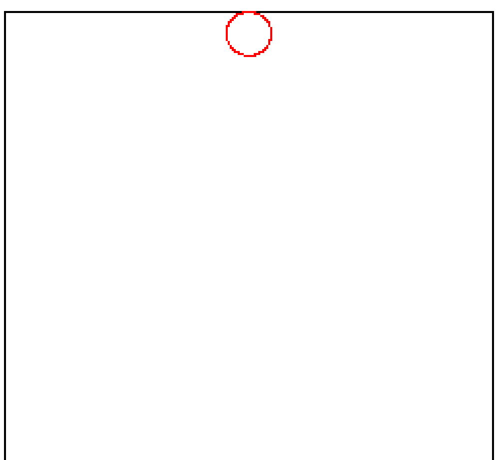


Athugið að á því andartaki sem hlutur á uppleið snýr við og tekur að falla verður hraðinn = 0, en hröðunin verður áfram 9,8 m/s^2

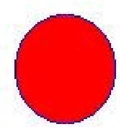
Hlutur á leið **upp** hægir á sér ⟶ hröðun neikvæð

-9,8 m/s^2

Hlutur á leið **niður** eykur hraðann ⟶ hröðun jákvæð



9,8 m/s^2



Breyting á táknum

- Í svona falldæmum erum við alltaf með sömu (þyngdar)hröðun.
  Við notum því jöfnurnar með hröðuninni.
- Við setjum **g**
  (tákn þyngdarhröðunar)
  í stað **a** og **s** verður að **h**
  (hæð í stað vegalengdar).

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Þetta er sú útgáfa jöfnunnar sem við notum mest, þ.e. upphafshæð er 0 og upphafshraði líka.

Heildarjafnan væri svona:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + h_0$$

Þyngdarhröðun – dæmi

- Halli er uppi í **Hallgrímskirkjuturni** og hendir niður vatnsblöðru. Blaðran er **3,85 sekúndur á leið niður**. Hversu **hár** er Hallgrímskirkjuturn?

$$h = 0,5 \times 9,8\ m/s^2 \times (3,85s)^2 = 72,6\ m$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Turninn er 73 m á hæð, en Halli stendur ekki alveg á toppnum!

Nokkrar nothæfar jöfnur:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{t}} \qquad \mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} \qquad \mathbf{s} = \mathbf{s_0} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{t}$$

$$\mathrm{v} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{t} \qquad \mathbf{v} = \mathbf{v_o} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{t}} \qquad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}^2 - \mathbf{v_o}^2}{2\mathbf{a}} \qquad g = \frac{2h}{\mathbf{t}^2} \qquad h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$